



TITLE:

金属材料の実働条件下における熱疲労に関する研究( Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

井上, 達雄

---

CITATION:

井上, 達雄. 金属材料の実働条件下における熱疲労に関する研究. 京都大学, 1970, 工学博士

ISSUE DATE:

1970-01-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r1554>

RIGHT:

金属材料の実働条件下における  
熱疲労に関する研究

昭和44年7月

井 上 達 雄

金属材料の実働条件下における

熱疲労に関する研究

昭和44年7月

井 上 達 雄

# 目 次

第1章	緒 論 .....	1
	参考文献 .....	4
第2章	熱疲労と他の高温強度との相関性 .....	6
1	緒 言 .....	6
2	応力およびひずみの条件 .....	7
3	実験方法 .....	9
3・1	実験材料および試験片 .....	9
3・2	実験装置 .....	10
3・2・1	単純熱疲労試験装置 .....	10
3・2・2	高温塑性疲労試験装置 .....	11
3・2・3	万能熱疲労試験装置 .....	12
4	熱疲労と高温塑性疲労 .....	13
4・1	熱疲労強度と高温塑性疲労強度の比較基準 .....	13
4・2	実験結果および考察 .....	16
4・2・1	ステンレス鋼に対する結果 .....	16
4・2・2	炭素鋼に対する結果 .....	18
5	機械的応力と重畳する場合の熱疲労 .....	21
5・1	熱疲労寿命および変形に対する解析 .....	21
5・2	実験結果および考察 .....	22
5・2・1	熱疲労破壊 .....	22
5・2・2	熱疲労変形 .....	25

6	結 言 .....	27
	参考文献 .....	28
第3章	多軸応力下の塑性疲労 .....	30
1	結 言 .....	30
2	実験方法 .....	31
2・1	実験材料および試験片 .....	31
2・2	実験装置 .....	32
3	多軸応力下の塑性疲労と単軸応力下の塑性疲労の相関性 .....	33
3・1	応力およびひずみの解析 .....	33
3・2	実験結果および考察 .....	39
3・2・1	高温においてひずみが同位相で加えられる場合 .....	39
3・2・2	高温においてひずみが位相差をもって加えられる場合 .....	42
3・2・3	室温における場合 .....	45
4	多軸応力の繰返しをうける材料の塑性疲労破損 .....	47
4・1	破損の進行 .....	47
4・2	微視的亀裂の発生と伝播 .....	54
4・3	巨視的亀裂の伝播 .....	55
5	結 言 .....	61
	参考文献 .....	62
第4章	弾塑性領域における熱応力 .....	63
1	結 言 .....	63
2	熱応力の解析 .....	64
2・1	逐次近似法による弾塑性熱応力 .....	64
2・2	有限要素法による弾塑性熱応力 .....	67

2・3	随伴弾性問題の手法による粘弾性熱応力	69
3	解析結果, 実験結果および考察	72
3・1	諸定数の決定	73
3・2	解析結果	76
3・3	解析結果と残留応力測定結果の比較	82
4	結 言	85
	参考文献	86
第5章	熱亀裂の発生を基準とした多軸熱応力下の熱疲労強度	87
1	緒 言	87
2	実験方法	88
3	ひずみ範囲の解析	90
3・1	温度分布	90
3・2	逐次近似法によるひずみの解析	93
4	多軸熱応力下の熱疲労と単軸応力下の熱疲労および高温塑性 疲労との相関性	98
4・1	炭素鋼に対する結果	98
4・1・1	多軸熱応力下の熱疲労	98
4・1・2	比較基準	100
4・1・3	実験結果の比較	103
4・2	球状黒鉛鑄鉄に対する結果	103
4・2・1	多軸熱応力下の熱疲労	103
4・2・2	単軸応力下の熱疲労	105
4・2・3	比較基準	107
4・2・4	実験結果の比較	108

5	結 言	109
	参考文献	110
第6章	多軸熱応力下の熱疲労における熱亀裂の伝播と寿命	111
1	結 言	111
2	実験方法	112
3	熱亀裂の発生と伝播	116
3・1	炭素鋼における結果	116
3・1・1	応力およびひずみの解析	116
3・1・2	熱亀裂の発生	119
3・1・3	熱亀裂の伝播	120
3・2	高炭素クロム鋼における結果	125
3・2・1	応力およびひずみの解析	125
3・2・2	熱亀裂の発生	125
3・2・3	熱亀裂の伝播	126
4	実用構造物への応用	131
5	結 言	133
	参考文献	134
第7章	結 論	135
	謝 辞	138

## 第 1 章 緒 論

高温で使用される各種構造物，たとえばジェットエンジン<sup>(1)</sup>，内燃機関<sup>(2)</sup>，熱間圧延ロール<sup>(3)</sup>，原子炉<sup>(4)</sup>などにおいては，その始動休止または運転中に，温度の急激な変化をうけることが多い。このような温度変動をうけて生ずる熱膨脹あるいは収縮が何らかの原因で拘束されると，材料内部には妨げられた変形に対応する熱応力が発生し，これが繰返されることによって材料は熱疲労損傷をうける。

構造物における熱応力・熱ひずみの発生の原因には，種々のものが挙げられるが，大別すると次のようになる。<sup>(5)</sup>

- (i) 構造物の一要素内の温度こう配
- (ii) 構造物の要素間の温度差
- (iii) 線膨脹係数の異なる材料の組合せ

(i)に含まれるものには，熱拡散をうける構造要素，たとえば，タービン翼，シリンダーカバー，圧延ロールなどがあげられる。(ii)については，各種のパイプラインにおける熱膨脹をうける継手が好例であり，(iii)としては，フェライト鋼とオーステナイト鋼の溶接構造物などがある。

構造物の熱応力は，それが単独に働く場合よりも静的および動的な機械的応力と重畳したり，さらに多軸応力下にあることの方が多い。<sup>(6)(7)(8)</sup> 写真

1・1はタービン翼の熱疲労による亀裂の例である。<sup>(9)</sup> この場合に特徴的に表わされている様に，亀裂は翼の前縁から後縁にいたる温度こう配，厚さ方向の温度こう配による多軸熱応力下の熱疲労のほか，回転にもなる遠心力によるクリープ破壊および機械的応力の繰返しによる塑性

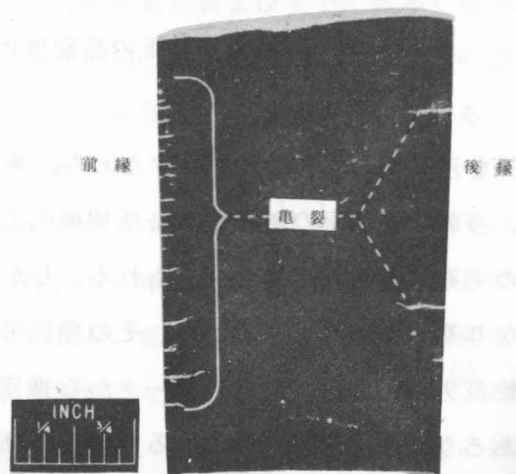


写真 1・1 タービン翼における亀裂



疲労などによって生じたものであると考えられる。

熱疲労が問題となる場合、一般に温度サイクルは長周期のことが多く、したがって、破損にいたる繰返数は比較的小さいのが普通である。このような場合、材料は塑性変形の繰返しをうける。また、熱疲労においては、一定の温度変化をうけることからほぼ定ひずみの塑性疲労の条件を満足している。このことから、一般に、熱疲労は高温における定ひずみ塑性疲労との関連において議論されることが多い。

このように、熱疲労の実際の諸問題は、ほとんどの高温強度の問題と密接に関連するものであることがわかる。筆者は、以上の観点にたって、極めて複雑な実働条件下の熱疲労挙動を、実験室的に得られるより簡単な他の諸性質の基礎的資料から推定することを目的として研究を行なった。図1・1はこれらの諸性質の

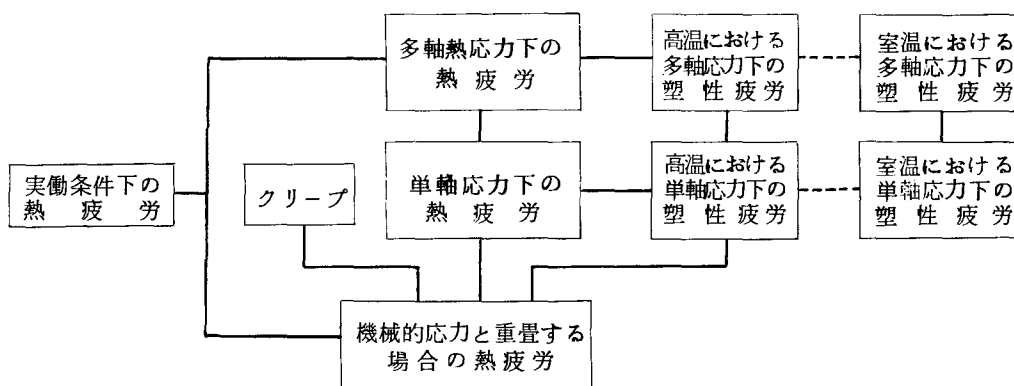


図1・1 実働条件下の熱疲労に対する各種の高温強度の関連

関係を示したものである。<sup>(7)</sup> すなわち、実働条件下の熱疲労を考えるにあたっては、多軸熱応力下の熱疲労および機械的応力と重畳する場合の熱疲労に対する十分の考察が必要であると考えられる。しかしながら、これらの挙動も力学的にはかなり複雑なものであるから、その熱疲労強度性質を単軸応力下の熱疲労、高温塑性疲労、クリープなどのデータから推定する方法を確立することは極めて有益であろう。一方、室温における単軸および多軸応力下の塑性疲労も、これらの基礎的資料を提供するものであるが、金属材料の室温における諸性質をそのまま高

温強度問題に適用するのは危険であるから、これらはあくまでも高温強度問題の基礎的資料とみなすべきである。

以上のような観点から、本研究では、多軸熱応力下の熱疲労を中心とした実働条件下の熱疲労に関する研究を行なった。すなわち、第2章<sup>(10)</sup>では基礎的段階として熱疲労と他の高温強度との相関性について論ずるため、まず、高温塑性疲労の実験結果から熱疲労強度を推定する方法について述べ、実験的検討を行なった。次に、熱疲労と高温塑性疲労の境界領域の問題として機械的応力と重畳する場合の熱疲労を取りあつかい、この場合の挙動（すなわち破壊と変形）と熱疲労、高温塑性疲労およびクリープとの関連について、理論的実験的考察を行なった。

第3章<sup>(11)～(16)</sup>では、組合せ引張圧縮繰返し振りをうける多軸応力下の塑性疲労に関して、主として高温における強度の検討および破損の巨視的観察を通じて、単軸応力下の塑性疲労との相関性を論じた。さらに、室温における実験を行なって、その場合の亀裂の発生および伝播を微視的立場から検討し、高温における場合との比較を行なった。

ところで、物体中の温度こう配に起因する多軸熱応力の繰返しによる熱疲労を論ずるためには、まず、物体中に発生する熱応力ないしは熱ひずみを知る必要がある。このような場合に問題となる熱応力は、弾性論によるものでは不十分である。そこで第4章<sup>(17)</sup>では、弾塑性領域における熱応力を解析するための二、三の方法を紹介した。すなわち、比較的簡単な問題に適用できる逐次近似法、大型電子計算機を用いれば汎用性の極めて大きい有限要素法およびすでに数多く解かれている弾性解をそのまま利用できる随伴弾性問題の手法であって、これらの方法を用いて厚肉中空円筒の弾塑性熱応力を求め、実験的に残留応力を測定することによって、これらの方法の妥当性を検討した。

第5章<sup>(18)～(20)</sup>では、第4章までに得られた知見に基づいて、多軸熱応力下の熱疲労における亀裂の発生を基準とした強度性質を単軸応力下の熱疲労ないしは高温塑性疲労の実験結果から推定することを試み、低炭素鋼および球状黒鉛鋳鉄の円柱および球状の試験片を用いて実験的検証を行なった。さらに第6章<sup>(21)(22)</sup>では、低炭素鋼および高炭素クロム鋼ロール材を用いて、多軸熱応力下の熱疲労における亀裂の伝播と寿命に関する実験的研究を行ない、亀裂伝播の巨視的機構を有限

要素法を用いて考察した。また、この場合の挙動と単軸応力下の熱疲労における亀裂伝播の相違点を明らかにした。最後に、以上で得られた知見の応用例として熱間圧延ロールをとりあげ、亀裂の発生と伝播について理論的検討を行なった。

### 参 考 文 献

1. Lewis Center Staff, NASA TR R-54(1961)
2. A. Dearden, BCIRA 9-4 (1961) 540
3. 渡辺十郎, 材料学会塑性疲労と熱疲労に関する座談会資料(昭38) 61
4. G.A.Rrewer and J.D. Ingham, Experimental Mechanics (1962) 9
5. R.U.Blaser, SESA Proc. 15-2(1958)131
6. 平修二, 井上達雄, 機械学会関西支部熱応力研究分科会シンポジウム前刷(昭40) 33
7. 平修二, 大南正瑛, 井上達雄, 金属材料 8-1 (昭43) 43
8. 平修二, 井上達雄, 材料 18-186(昭44) 208
9. F.B.Garret and C. Yarkar, NACA RM E9K7(1950)
10. 平修二, 大南正瑛, 安江彰治, 井上達雄, 材料 18-186(昭44) 247
11. 平修二, 井上達雄, 高橋光夫, 機械学会論文集 32-244(昭41)1788
12. S.Taira, T. Inoue and M. Takahashi, Proc. 10th Jap. Cong. . Test. Mat.(1967) 18
13. 平修二, 井上達雄, 吉田紀元, 機械学会論文集 34-258(昭43) 255
14. S.Taira, T.Inoue and T.Yoshida, Proc. 11th Jap.Cong. Mat.Res.(1968) 60
15. 平修二, 井上達雄, 吉田紀元, 機械学会論文集 35-271(昭44) 526

16. S.Taira, T.Inoue and T.Yoshida, Proc. 12th Jap. Cong.  
Mat.Res.(1969)168
17. 平修二, 井上達雄, 高尾武, 材料 17-180(昭43)813
18. S.Taira, M.Ohnami and T.Inoue, Proc. 8th Jap. Cong.  
Test.Mat.(1965)40
19. 平修二, 大南正瑛, 井上達雄, 庵文隆, 材料 14-146(昭40)898
20. 平修二, 大南正瑛, 井上達雄, 庵文隆, 材料 16-161(昭42)94
21. 平修二, 井上達雄, 高尾武, 植田秀夫, 材料学会第18期通常総会学術講演会前刷(昭44)19
22. S.Taira and T.Inoue, Proc. International Conference on  
Thermal Stresses and Thermal Fatigue(1969)に掲載予定

## 第2章 熱疲労と他の高温強度との相関性

### 1. 緒言

緒論でも述べたように、熱疲労は極めて複雑な現象であって、図1・1に示すように、これは高温塑性疲労やクリープと密接な関連を有する。すなわち、通常熱疲労においては、単に熱応力のみが繰返されるのみでなく、機械的応力が何らかの形で重畳されていると考えてよい。図2・1において、熱応力範囲を  $\Delta\sigma_T$

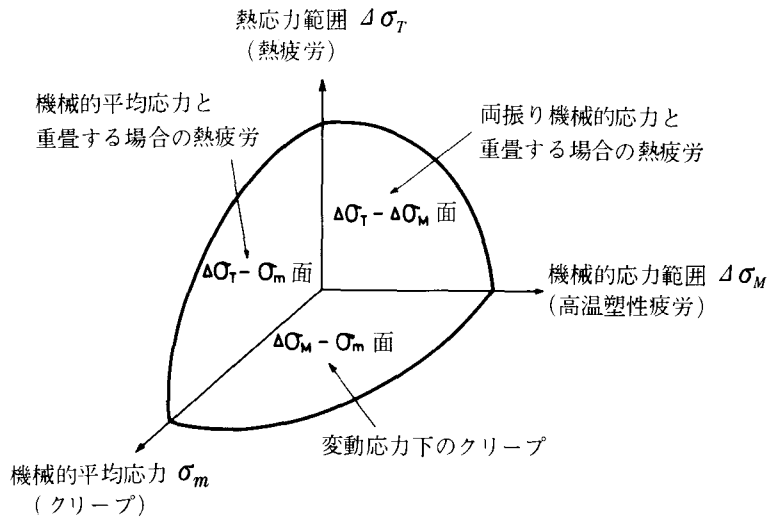


図2・1 熱疲労と他の高温強度との関連性

機械的応力範囲を  $\Delta\sigma_M$ 、機械的平均応力を  $\sigma_m$  とし、これらを3軸にとると、それぞれ、完全に熱応力のみが繰返される熱疲労、高温塑性疲労、クリープに対応する<sup>(1)</sup>。また、 $\Delta\sigma_T - \Delta\sigma_M$  面 ( $\sigma_m = 0$ ) は通常両振りの熱疲労と考えられるものであって、ここでは厳密な意味で両振り機械的応力と重畳する場合の熱疲労<sup>(2)</sup>に相当する。 $\Delta\sigma_T - \sigma_m$  面 ( $\Delta\sigma_M = 0$ ) は機械的平均応力が重畳する場合の熱疲労<sup>(3)</sup><sup>(4)</sup><sup>(5)</sup>である。また、 $\Delta\sigma_M - \sigma_m$  面 ( $\Delta\sigma_T = 0$ ) は一定温度下における動クリープ<sup>(6)</sup><sup>(7)</sup>を表わすが、熱疲労と直接関連しないのでここでは考えない。さらに、これらの平面上にない点、すなわち、 $\Delta\sigma_T$ 、 $\Delta\sigma_M$ 、 $\sigma_m$  が任意の割合で加えられる点は静的平均応力と繰返し機械的応力が重畳する場合の熱疲労<sup>(1)</sup>である。

本章では、まず、 $\sigma_m = 0$  すなわち  $\Delta\sigma_T - \Delta\sigma_M$  面の挙動、いいかえると熱疲

労と高温塑性疲労との相関性について検討を行なうことにする。熱疲労と高温塑性疲労とは、同じ塑性疲労という見地から密接な関係があることは広く指摘されている。さらに、後者の方が前者に比して実験的に容易であることから、高温塑性疲労試験結果から熱疲労強度が推定できれば極めて有利である。両者を比較する場合に適当な基準温度を設定することが多いが、この基準温度としては熱疲労における温度サイクルの(i)平均温度<sup>(8)</sup>、(ii)上限温度<sup>(9)</sup>、(iii)両試験において同一のひずみ範囲を与えたとき同一の寿命をもつ相当温度<sup>(10)(11)</sup>などが提案されている。(i)の平均温度および、(ii)の上限温度は実用的に便利であるが、物理的な意義に乏しいのでここでは(iii)の相当温度の考え方をを用いて、熱疲労と高温塑性疲労との相関性を議論することにする。

次に、この考え方を基礎にして、図2・1の空間上の点の挙動を3軸上の強度すなわち熱疲労、高温塑性疲労、およびクリープとの関連において把握することを試みる。このような機械的応力が重畳する場合の熱疲労は、構造物では広く見出されるものであって、実働条件下の熱疲労を考える上に極めて有益であると考えられるものである。

## 2. 応力およびひずみの条件

熱疲労と高温塑性疲労およびクリープの関連は図2・1に示すとおりであるがここではこれらの強度性質を支配する応力およびひずみの条件を明確にする。第4節における熱疲労と高温塑性疲労の相関性に関する実験では、ひずみ範囲で実験結果を整理したが、特にステンレス鋼の場合は、次式で与えられるひずみ比を基準とした。すなわち、ひずみ比とは

$$\delta = \frac{\alpha (T_2 - T_1)}{\Delta \epsilon} = \frac{\alpha \Delta T}{\Delta \epsilon} \quad (2-1)$$

で定義されるもの<sup>(1)</sup>であって、上限温度  $T_2$  と下限温度  $T_1$  の差  $\Delta T$  によって決まる自由膨張量  $\alpha \Delta T$  と試験片に生ずる熱ひずみ範囲の比をいう。式(2-1)のひずみ比  $\delta$  の逆数

$$\eta = 1 / \delta \quad (2-2)$$

は熱ひずみの拘束率といわれるものであって、第5章および第6章では重要なパ

ラメーターとなるものである。

一方、第5節の機械的応力と重畳する場合の熱疲労においては、応力範囲基準で実験結果を整理した。熱応力範囲  $\Delta\sigma_T$  と機械的応力範囲  $\Delta\sigma_M$  の比を応力比  $A_\sigma$  といい、次式で表わす。

$$A_\sigma = \frac{\Delta\sigma_T}{\Delta\sigma_M} \quad (2-3)$$

機械的応力と重畳する場合の熱疲労における実験条件としては、 $\Delta\sigma_T$ 、 $\Delta\sigma_M$ 、 $\sigma_m$  の代わりに  $\Delta\sigma_T$ 、 $A_\sigma$ 、 $\sigma_m$  を用いた。

式(2-1)のひずみ比  $\delta$  と式(2-3)の応力比  $A_\sigma$  の関係については、前者がひずみ基準であり、後者が応力基準であるので直接関連づけられるものではないが、次のような場合には、一定の関係式で結ばれる。すなわち、試験中のほとんどの領域において、定ひずみ試験の場合は応力範囲が、また、定応力試験の場合はひずみ範囲が一定とみなすことができるような材料であって、かつ、応力範囲とひずみ範囲がほぼ比例関係にある場合には次のようになる。

$$\delta = \frac{\alpha \Delta T}{\Delta \varepsilon} = \frac{\Delta\sigma_T}{\Delta\sigma_T + \Delta\sigma_M} = \frac{A_\sigma}{1 + A_\sigma} \quad (2-4)$$

式(2-4)の条件を考慮すると種々の応力ないしはひずみ条件は次のように分類することができる。

(i)  $\delta > 1$ 、 $-1 < A_\sigma < 0$  ( $\Delta \varepsilon < \alpha \Delta T$ ) : 試験片に加えられる機械的ひずみが温度変動による熱ひずみより小さく、ひずみの拘束率が完全拘束より小さい熱疲労に相当する。通常の Coffin 型試験機による熱疲労はこの部類に属する。

(ii)  $\delta = 1$ 、 $A_\sigma = \infty$  ( $\Delta \varepsilon = \alpha \Delta T$ ) : 温度による自由膨張を完全に拘束する場合の熱疲労。第5節の実験では、この条件を完全な熱疲労とみなした。

(iii)  $1 > \delta > 0$ 、 $A_\sigma > 0$  ( $\Delta \varepsilon > \alpha \Delta T$ ) : 試験片加熱時に外部から機械的に圧縮し、冷却時に引張を加える場合。

(iv)  $\delta = 0$ 、 $A_\sigma = 0$ 、( $\Delta T = 0$ ) : 温度変動がなく、機械的ひずみのみが加えられる一定温度下の塑性疲労。

(v)  $\delta < 0$ 、 $A_\sigma < -1$ 、( $\Delta \varepsilon$  と  $\Delta T$  が異符号) : 試験片加熱時に、その自由

膨脹量以上に引張りを加えるものであって、上限温度においては引張応力を加え、冷却時に圧縮応力を加える場合である。

### 3. 実験方法

#### 3.1. 実験材料および試験片

本章における実験に用いた材料はAISI 347型ステンレス鋼および0.16% C炭素鋼(S15C)であって、化学成分および機械的性質をそれぞれ表2・1および表2・2に示す。ステンレス鋼では、 $1100^{\circ}\text{C} \times 1\text{hr} \rightarrow \text{W.Q.}$ の溶

表2・1 AISI 347型ステンレス鋼の化学成分および機械的性質

##### (a) 化学成分(%)

C	Si	Mn	P	S	Cu	Cr	Ni	Nb
0.065	0.35	1.79	0.009	0.024	0.05	18.10	11.97	0.78

##### (b) 室温における機械的性質

降伏点	引張強さ	伸び	絞り
$22.7\text{kg/mm}^2$	$56.3\text{kg/mm}^2$	62.3 %	71.5 %

表2・2 0.16% C炭素鋼の化学成分および機械的性質

##### (a) 化学成分(%)

C	Si	Mn	P	S	Cu	Cr	Ni
0.16	0.26	0.47	0.018	0.025	0.08	0.03	0.02

##### (b) 室温における機械的性質

降伏点	引張強さ	伸び	絞り
$25.2\text{kg/mm}^2$	$40.6\text{kg/mm}^2$	38 %	67 %



体化処理を施した素材を試験片に加工後そのまま用い、炭素鋼では機械加工後  $900^{\circ}\text{C} \times 1\text{hr}$  の真空焼なましを行なった。

試験片は、ステンレス鋼では図 2・2 に示すように外径  $12\text{mm}$ 、肉厚  $1\text{mm}$ 、標点距離  $30\text{mm}$  の中空円筒状のものであり、平行部分の外側にダイヤルゲージをと

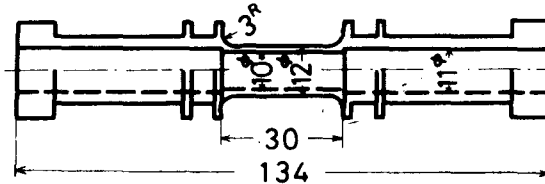


図 2・2 AISI 347 型ステンレス鋼の試験片

りつけるカラーを、また、両端に引張圧縮荷重を伝えるカラーをもっている。また、炭素鋼のものは図 2・3 に示すように、図 2・2 のものとはほぼ同じ形状であるが、

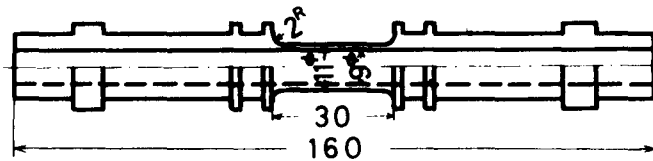


図 2・3 0.16% C 炭素鋼の試験片

外径  $11\text{mm}$  となっている。

## 3.2 実験装置

### 3.2.1 単純熱疲労試験装置

いわゆる Coffin 型熱疲労試験機とよばれるものであって、図 2・4 にその概略を示すとおり、上下 2 つの平板③を 3 本の柱で支え、平板中央部に試験片固定棒を有している。熱ひずみは試験片①のカラー部にとりつけたダイヤルゲージ②により、また応力の検出には 3 本の柱にはりつけた抵抗線ひずみゲージ④によった。試験片の冷却は中空部分に圧縮空気を通して行なうが、加熱にあたっては、

図 2・5 に示す直接通電加熱装置  
を 図 2・4 の ⑤ の部分にとりつけ  
て通電した。また、試験片の中央  
部にアルメルクロメル熱電対を点  
溶接し、これを 図 2・5 の温度制  
御器  $TC_2$  に接続して温度制御<sup>12</sup>  
を行なった。

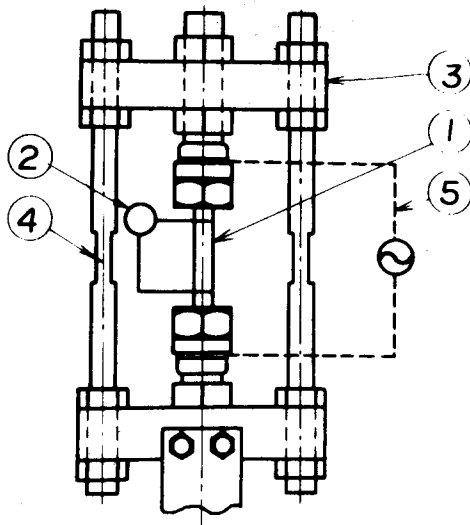


図 2・4 単純熱疲労試験装置

### 3.2.2 高温塑性疲労試験 装置

図 2・6 に概要を示すようなも  
のであって、試験片①は前述の直  
接通電加熱装置⑧または電気炉で  
加熱する。引張圧縮荷重は支点⑤で支えられたレバー④を、回転する偏心円板⑥と

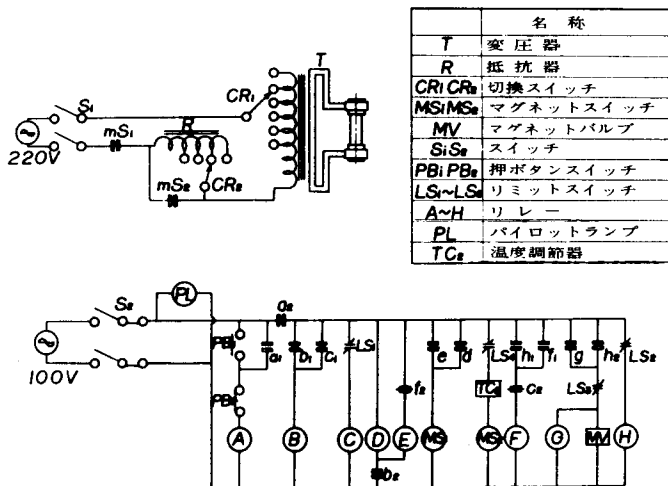


図 2・5 直接通電加熱装置のブロック図

バネ⑦で上下させることによって与えられる。ひずみはダイヤルゲージ⑨によ  
て、応力はロードセル③により検出することができる。

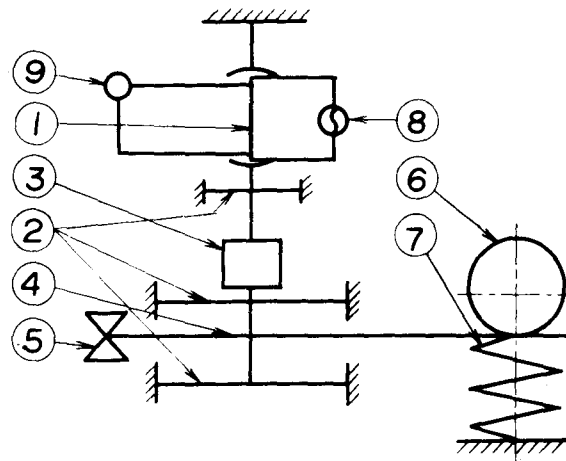


図 2・6 高温塑性疲労試験装置の概要

### 3.2.3 万能熱疲労試験装置

本装置は、熱応力のみでなく機械的応力も重畳することのできるものであって、図 2・1 における熱疲労から高温塑性疲労およびクリープにいたる全領域の実験が可能である。また、温度範囲を一定に保つ定ひずみの実験のみでなく、応力範囲を制御することによって定応力試験も行なうことができる。図 2・7 において

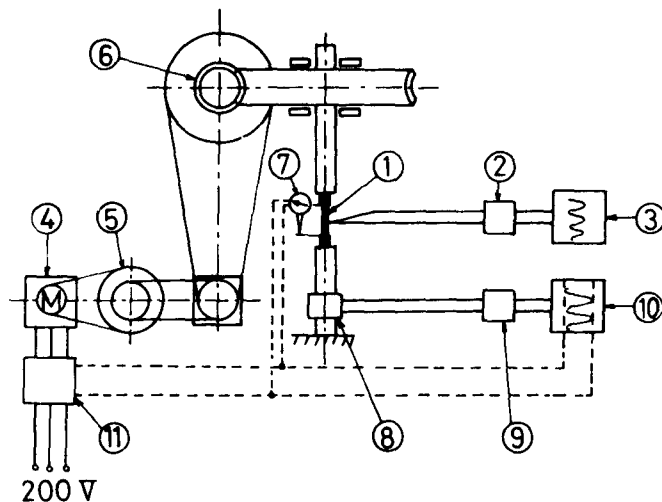


図 2・7 万能熱疲労試験装置の概要

熱応力は試験片①に直接通電を行なって加熱し，中空部分に圧縮空気を流入させることによって冷却する。このとき，試験片の温度は熱電対を用いて検出し，温度調節器②を経て記録計③で記録される。一方，機械的応力は，温度サイクルと同期するようにモーター④の回転を無段変速機⑤で調節して，ウォームとウォーム歯車⑥によって加えられる。試験片の伸びはダイヤルゲージ⑦で読みとり，荷重はロードセル⑧，ひずみ計⑨および記録計⑩によって検出と記録を行なう。

後述するように，本章では定ひずみ試験と定応力試験を行なったが，それぞれの場合にひずみおよび応力の制御は次のような電気回路をもうけることによって実現した。定ひずみ試験においては，試験片にとりつけたダイヤルゲージに，ひずみ範囲  $\Delta \varepsilon$  に相当する接点をもうけ，指針との間でリミットスイッチを構成することによって，三相モーター④の回転方向を逆転装置⑪を用いて転換する。一方，定応力試験では，応力記録計⑩にリミットスイッチをとりつけモーターの逆転装置⑪を作動させるようにした。

なお，以上3種の装置によって実現される繰返速度はいずれも 1 cpm である。

#### 4. 熱疲労と高温塑性疲労

##### 4.1 熱疲労強度と高温塑性疲労強度の比較基準

単軸応力下の熱疲労と高温塑性疲労の寿命を比較する場合，両試験は何らかの共通比較基準をもつことが要求される。すなわち，熱疲労においては，材料は1周期中に温度変動をうけるが，高温塑性疲労では一定温度に保たれるという点で温度に対する考慮をはらう必要がある。したがって，ここでは，両試験が同じ塑性疲労であることを考慮して，変動温度下の熱疲労と同じひずみ範囲および破損繰返数をもつ塑性疲労における温度を相当定常温度<sup>(10)(11)</sup>といい，この温度を共通の比較基準とする。

熱疲労をうける材料の応力・ひずみ線図は図 2・8(a)に示すようなものであるが，このようなヒステリシスループを考えることは困難なので，簡単のため(b)のようなバウシinger効果は無視した弾完全塑性体とみなすことにする。熱疲労の上限および下限温度を  $T_2$ ， $T_1$  とするとき1サイクルの間に生ずる全ひずみは，

$$\Delta \varepsilon = \alpha \Delta T = \alpha (T_2 - T_1) \quad (2-5)$$

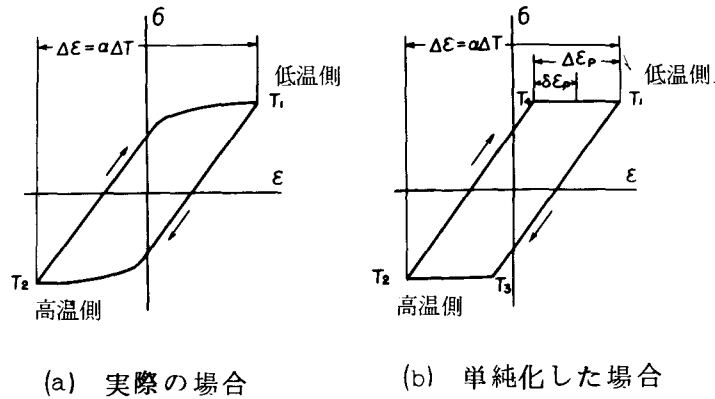


図 2・8 熱サイクルをうける材料のヒステリシスループ

である。ここに、 $\alpha$  は線膨張係数である。

一方、(b)において引張側および圧縮側の降伏点における温度を  $T_4$ 、 $T_3$  とすると

$$T_3 = T_2 - \xi \Delta T \quad (2.6)$$

$$T_4 = T_1 + \xi \Delta T \quad (2.7)$$

となる。ここで、 $\xi = \Delta \epsilon_p / \Delta \epsilon$  である。一般にある過程において材料がうける疲労損傷の増加量  $\delta \phi_f$  はその間に与えられる塑性ひずみの自乗に比例するとすると、

$$\delta \phi_f = \lambda_f(T) (\delta \epsilon_p)^2 \quad (2.8)$$

が成立つ。ここに、 $\lambda_f(T)$  は温度  $T$  によって決る関数である。式 (2.8) の両辺を微分すると

$$d(\delta \phi_f) = 2 \lambda_f(T) \delta \epsilon_p d(\delta \epsilon_p) \quad (2.9)$$

となるから、昇温過程および降温過程では上式を積分することによってそれぞれ

$$\Delta \phi_{f1} = 2 \alpha^2 \int_{T_3}^{T_2} \lambda_f(T) (T - T_3) dT \quad (2.10)$$

$$\Delta \phi_{f2} = 2 \alpha^2 \int_{T_4}^{T_1} \lambda_f(T) (T - T_4) dT \quad (2.11)$$

なる損傷をうけることにする。したがって、熱疲労における 1 サイクル中にうけ

る損傷量  $\Delta\phi$  は

$$\Delta\phi_f = \Delta\phi_{f_1} + \Delta\phi_{f_2} \quad (2.12)$$

となる。

一方、上で定義した相当定常温度  $T_e$  の下での塑性疲労において1サイクル中にうける損傷量は式(2.8)に準じて、

$$\Delta\phi_f = 2\lambda_f(T_e)(\Delta\varepsilon_p)^2 \quad (2.13)$$

となるが、ひずみが熱疲労の場合と同じであることから、

$$\Delta\varepsilon_p = \xi_1 \Delta\varepsilon = \alpha \xi_1 \Delta T \quad (2.14)$$

となる。ここで、 $\xi_1$  は一定温度下における全ひずみ範囲に対する塑性ひずみ範囲の比である。式(2.12)と式(2.13)を等しくおくと

$$\begin{aligned} \lambda_f(T_e) \xi_1^2 (\Delta T)^2 = & \int_{T_2 - \xi \Delta T}^{T_2} \lambda_f(T) (T - T_2 + \xi \Delta T) dT \\ & + \int_{T_1}^{T_1 + \xi \Delta T} \lambda_f(T) (T_1 + \xi \Delta T - T) dT \end{aligned} \quad (2.15)$$

なる関係が得られる。式(2.15)は次の2つの場合には簡単に表わすことができる。

(i) ひずみ範囲が大きく、塑性変形が大部分を占める場合 ( $\xi = \xi_1 = 1$ )

$$\lambda_f(T_e) = \frac{1}{\Delta T} \int_{T_1}^{T_2} \lambda_f(T) dT \quad (2.16)$$

(ii) ひずみ範囲が小さく、弾性変形が大部分を占める場合 ( $\xi = \xi_1 = 0$ )

$$\lambda_f(T_e) = \frac{1}{2} [\lambda_f(T_1) + \lambda_f(T_2)] \quad (2.17)$$

ここで、式(2.15)の  $\lambda_f(T)$  は次のようにして求められる。累積損傷の考え方をを用いると、材料は式(2.12)、または式(2.13)の損傷が  $N$  回繰返されて一定値  $\phi_0$  に達した時破損する。したがって、

$$\phi_0 = N \Delta\phi_f = N \lambda_f(T) (\Delta\varepsilon_p)^2 \quad (2.18)$$

が成立つ。よって、 $T_0$  を基準温度、 $N_0$  をその温度における破損繰返数とする

と

$$\frac{\lambda_f(T)}{\lambda_f(T_0)} = \frac{N_0}{N} \quad (2 \cdot 19)$$

となる。すなわち，基準温度  $T_0$  および任意の温度下における塑性疲労の破損繰返数  $N_0$  および  $N$  がわかっていると  $\lambda(T)$  は求められる。

## 4.2 実験結果および考察

### 4.2.1 ステンレス鋼に対する結果

熱疲労と高温塑性疲労の相関性について検討するために，先述の相当定常温度  $T_e$  の決定を行なう必要がある。このために，図 2・7 および図 2・3 に示す試験機と試験片を用いてステンレス鋼について行なった各種温度段階における塑性疲労の実験結果を図 2・9 に示す。ここで，試験片の加熱は直接通電方式を採用し，したがって試験片の軸方向にひずみの不均一分布が生じているが，熱疲労に

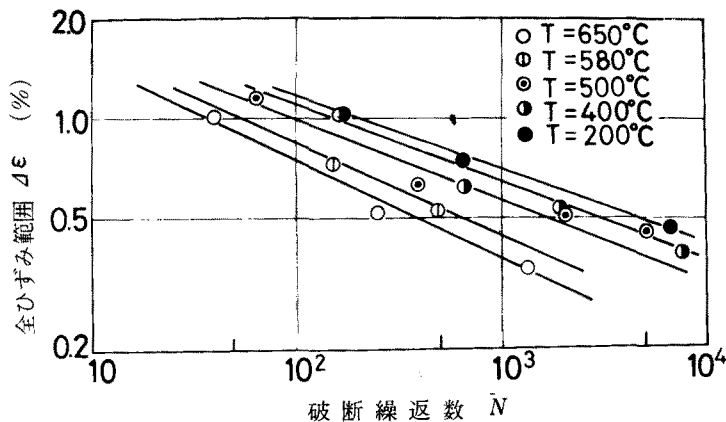


図 2・9 各種温度における塑性疲労試験結果

おいても同様のひずみの集中がおこっていることを考慮してこれに対する補正は行なっていない。図において試験温度は 650°, 580°, 500°, 400°, 200°C である。650°C を基準温度として，式 (2・19) によって， $\lambda_f(T)$  の温度依存性を求めたのが図 2・10 である。

図 2・10 から相当定常温度を求める場合，塑性ひずみが小さいという式 (2・17) の条件は，熱疲労に対しては有効でなく，実際，実験結果にも一致しな

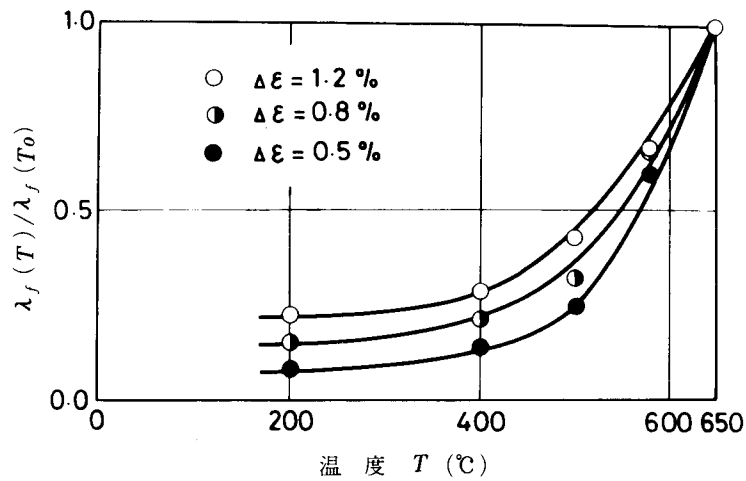


図 2・10  $\lambda_f(T)$  の温度依存性

かったので、ここではすべて式 (2・16) を用いることにする。

図 2・11 は前述の式 (2・4) で与えられるひずみ比  $\delta = 1, 3/4$  および  $-1$  における熱疲労試験結果と相当定常温度下の塑性疲労試験結果を示す。こ

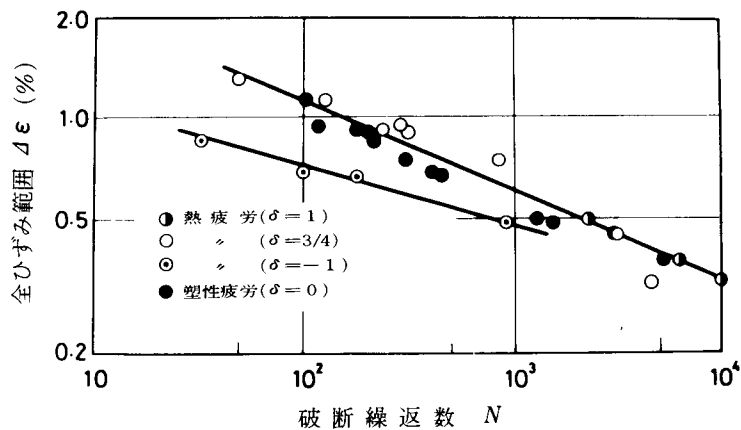


図 2・11 熱疲労と相当定常温度下の塑性疲労の相関性

で、縦軸の全ひずみ範囲  $\Delta \epsilon$  は  $\delta = 1$  すなわち完全拘束下の熱疲労における熱ひずみ範囲から熱ひずみの逃げ  $\Delta \epsilon'$  を差引いたものであって次のように与えられる。

$$\Delta \epsilon = \alpha \Delta T - \Delta \epsilon' \quad (2.20)$$



ただし、 $\delta < 0$  のとき、すなわち、加熱時に引張を加える場合には  $\Delta \epsilon' < 0$  となる。

これからわかるように、 $\delta > 0$  (高温側圧縮) では熱疲労試験結果は、相当定常温度下の塑性疲労試験結果とかなり良好な一致を示している。しかし、 $\delta < 0$  (高温側引張) では、このことは成立たない。

$\delta < 0$  の場合については、材料に最も大きな損傷が与えられる引張の最大応力が高温側で加えられることから、上限温度  $T_2$  における塑性疲労との対応を試みた。図 2・12 はその結果である。●印は  $\delta = -1$  の熱疲労試験結果であり、一

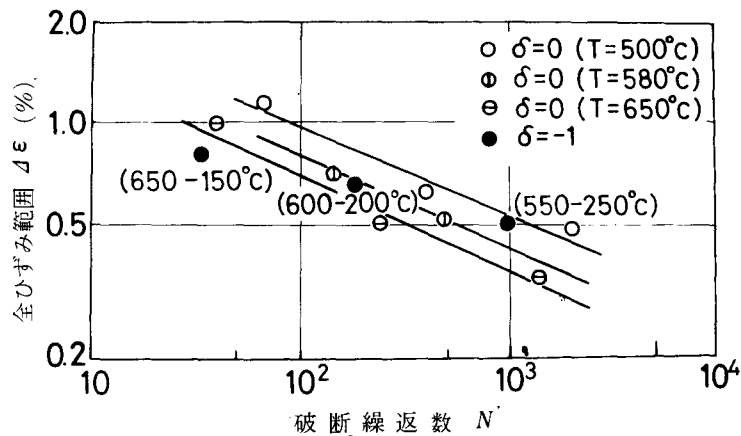


図 2・12 高温側で引張をうける場合の熱疲労と塑性疲労との相関性

方、○印、①印および⊖はそれぞれ  $T = 500^\circ\text{C}$ ,  $650^\circ\text{C}$  の各一定温度下の塑性疲労試験結果である。図からわかるように  $\delta < 0$  の場合の熱疲労寿命はその最高温度における塑性疲労寿命に近いことがわかる。

#### 4.2.2 炭素鋼に対する結果

第 5 章で取扱いように、構造物の熱疲労においては、材料が破壊する場合と共に亀裂が生じた繰返数を知ることは重要である。そこで、炭素鋼については、亀裂発生を寿命とする熱疲労と高温塑性疲労試験を行ない、両者の相関性について検討した。ところで、一般に、試験片に亀裂が生ずるのを見出すことはかなりの労力を要すること、さらに熱疲労や塑性疲労では、破断繰返数のみを知ることが

多いので、簡単に亀裂発生繰返数を推定するため次のように考えた。<sup>(13)(14)</sup>

一般の工業材料では、その内部に微小な欠陥を有していて、亀裂はその部分から発生する。さらに、このような微小な欠陥であっても人為的に設けた巨視的な欠陥でも、一度亀裂が発生した後の伝播過程では、同一の様相を呈すると考える。この人為的な欠陥として直径 1 mm の小孔を有する中空円筒試験片における亀裂発生繰返数および破断繰返数をそれぞれ  $N_{hc}$ 、 $N_{hf}$  とし、小孔を有しない平滑試験片におけるものを  $N_{sc}$ 、 $N_{sf}$  とすると、上のことから考えて、与えられたひずみ範囲に対して

$$\frac{N_{sf} - N_{sc}}{N_{sf}} = \frac{N_{hf} - N_{hc}}{N_{hf}} \quad (2 \cdot 21)$$

なる関係が成立つ。したがって、平滑試験片における亀裂発生繰返数は

$$N_{sc} = N_{sf} \frac{N_{hc}}{N_{hf}} \quad (2 \cdot 22)$$

から推定することができる。

図 2・13 および図 2・14 は、それぞれ熱疲労および高温塑性疲労試験結果である。ここで、図 2・14 の塑性疲労の実験は図 2・13 の熱疲労における相当定温度に近い温度において行なったものである。図中、○印は平滑試験片の破断点を、●印および◐印は有孔試験片の破断および亀裂発生点を示す。また、

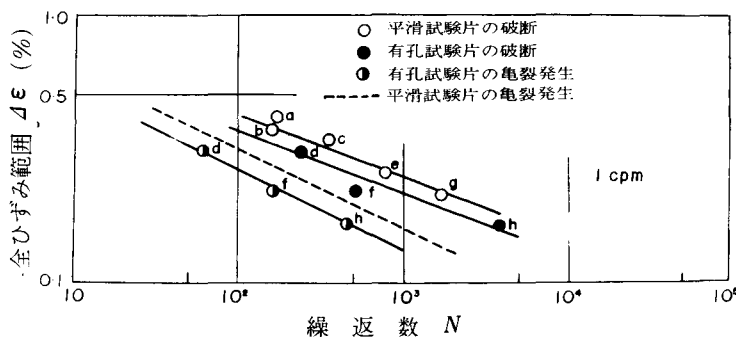


図 2・13 熱疲労試験結果：  $T_2=600^\circ\text{C}(a)\sim(d)$ ，  
 $550^\circ\text{C}(e)$ ， $520^\circ\text{C}(f)$ ， $470^\circ\text{C}(g)$ ，  
 $T_1=40^\circ\text{C}(a)\sim(g)$

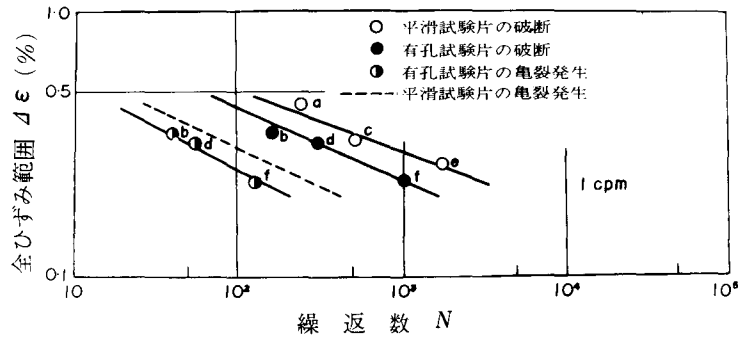


図 2・14 塑性疲労試験結果： $T_e=520^{\circ}\text{C}$ (a)(b)， $480^{\circ}\text{C}$ (c)(d)， $450^{\circ}\text{C}$ (e)(f)

破線は式(2・22)によって求めた平滑試験片における亀裂発生推定曲線である。なお、この推定値の妥当性については実際に平滑試験片を観察することによって確かめられている。

図 2・13 および図 2・14 の熱疲労および高温塑性疲労の実験においては、試験片の加熱は直接通電によって行なったため、軸方向に著しいひずみの分布が生じている。したがって、この熱ひずみの集中<sup>(10)(13)</sup>を考慮して図 2・13 および図 2・14 の亀裂発生繰返数で両実験を比較したものが図 2・15 である。両者の実験結果はかなり良好な一致を示していることから、亀裂発生繰返数で整理す

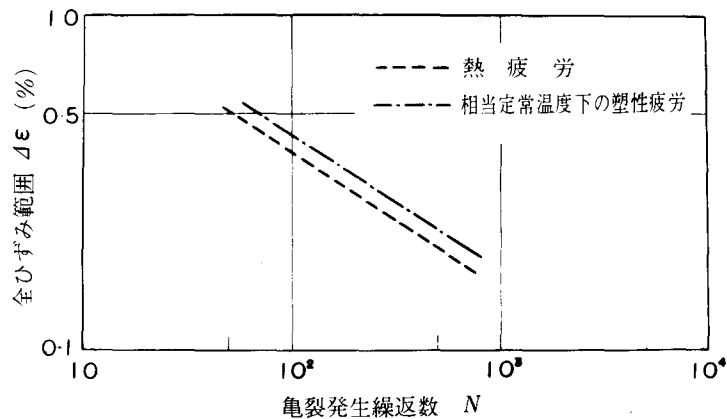


図 2・15 亀裂発生繰返数で整理した熱疲労と相当定常温度下の塑性疲労試験結果

るとき，熱疲労強度は相当定常温度下の塑性疲労試験結果から推定できることがわかる。

## 5. 機械的応力と重畳する場合の熱疲労

### 5.1 熱疲労寿命および変形に対する解析

完全拘束下の熱疲労 ( $\delta = 1$ ) 以外の一般の熱疲労においては，熱応力および機械的応力が共に両振り状態で作用している。したがって，ここでは完全拘束下の熱疲労を基準として，両振の熱応力の他に機械的応力が静的（平均応力）および動的（繰返応力）に加わる場合の熱疲労に対する解析を行なう。

機械的平均応力に加わる場合の熱疲労においては，繰返応力 ( $\Delta\sigma_T$  および  $\Delta\sigma_M$ ) による損傷  $\phi_f$  の他に，クリープによる損傷  $\phi_c$  を考慮する必要がある。

材料は，これら両者の損傷の和がある一定値  $\phi_o$  になったとき，破損すると考える。

$$\phi_f + \phi_c = \phi_o, \quad \frac{\phi_f}{\phi_o} + \frac{\phi_c}{\phi_o} = 1 \quad (2 \cdot 23)$$

ここで， $\phi_f$  は式 (2・13) の  $\Delta\epsilon_p$  を

$$\Delta\epsilon_p = k_f (\Delta\sigma)^{\alpha_f} \quad (2 \cdot 24)$$

とおくとき

$$\phi_f = 2N\lambda_f(T_e)k_f^2(\Delta\sigma)^{2\alpha_f} \quad (2 \cdot 25)$$

で表わされる。また，一定の温度および応力下のクリープ破断寿命は

$$t_r = \lambda_c(T)\sigma^{-\alpha_m} \quad (2 \cdot 26)$$

と表わすことができるから，クリープの消耗率の仮定を用いると  $\phi_c$  は次の式で与えられる。

$$\phi_c = N\phi_o \int_0^P \frac{\sigma^{\alpha_m}}{\lambda_c(T)} dt = N\phi_o \int_0^P \frac{1}{t_r} dt \quad (P: \text{周期}) \quad (2 \cdot 27)$$

したがって，熱疲労の1周期中の温度および応力を知ることによって， $\phi_c$  は静クリープ試験から求められる。

一方，このような場合の変形については次のように考えられる。

材料がひずみ硬化説にしたがって変形するとすると，初期ひずみ  $\epsilon_o$  に対して

$t$  時間後のひずみ  $\varepsilon$  は次のようになる。

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + I^n t^n, \quad I_n = \frac{1}{p} \int_0^p \lambda'_c(T)^{1/n} \sigma^{\alpha'_m} dt \quad (2 \cdot 28)$$

ここに、 $\lambda'_c(T)$ 、 $\alpha'_m$ 、 $n$  は一定温度応力下のクリープを

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \lambda'_c(T) \sigma^{\alpha'_m} t^n \quad (2 \cdot 29)$$

と表わしたときの係数である。したがって、材料がいかなる温度および応力に対しても式(2・29)の変形をする場合には、式(2・28)によって機械的平均応力と重畳する場合の熱疲労変形は静クリープ試験結果から推定することができる。

しかしながら、比較的温度の低い場合のクリープは、必ずしもこのようなひずみ硬化説にしたがうものではない。したがって、本実験の場合にもクリープ変形だけではなく疲労変形も考慮する必要があると考えられる。このときには、式(2・28)に対して

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + Q \sigma^m t^n \quad (2 \cdot 30)$$

とおくことにする。ここに、 $Q$ はこのような応力履歴の効果を表わす係数である。またこの種の変形におよぼすクリープの影響は、温度が低い場合には、加速クリープはほとんど寄与しないと考えてよいので、定常クリープにおける係数、 $n = 1$ を用いてよい。いま、 $Q$ が時間の関数であるとして

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda_f \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{max}} \right)^{\alpha_f} = \lambda_f \left( \frac{\Delta \sigma}{2\sigma_{max}} \right)^{\alpha_f} \quad (2 \cdot 31)$$

とおく。ここに、 $\sigma_a$  は応力振巾であり、これを無次元化するために  $\sigma_{max}$  で除している。また、 $\alpha_f$  は両振定応力試験結果の応力範囲と破壊繰返数を両対数表示したときの勾配に相当する。

## 5.2 実験結果および考察

### 5.2.1 熱疲労破壊

静的平均応力  $\sigma_m$  および繰返機械的応力  $\Delta \sigma_M$  が熱応力  $\Delta \sigma_T$  に重畳される場合の熱疲労において、実験条件は次のとおりとした。すなわち、 $\sigma_m = 10 \text{ kg/mm}^2$

に対して  $A_\sigma (= \Delta\sigma_T / \Delta\sigma_M) = -3, -5, 5, 2/3$ ,  $\sigma_m = 20 \text{ kg/mm}^2$  に対して  $A_\sigma = -3, -5, 5$  である。このような条件の下で,  $\Delta\sigma = \Delta\sigma_T + \Delta\sigma_M$  を縦軸にとり, 破壊繰返数を横軸にとって実験結果を示すと,  $\sigma_m = 10 \text{ kg/mm}^2$   $20 \text{ kg/mm}^2$  に対してそれぞれ図 2・16(a)および(b)のようになる。

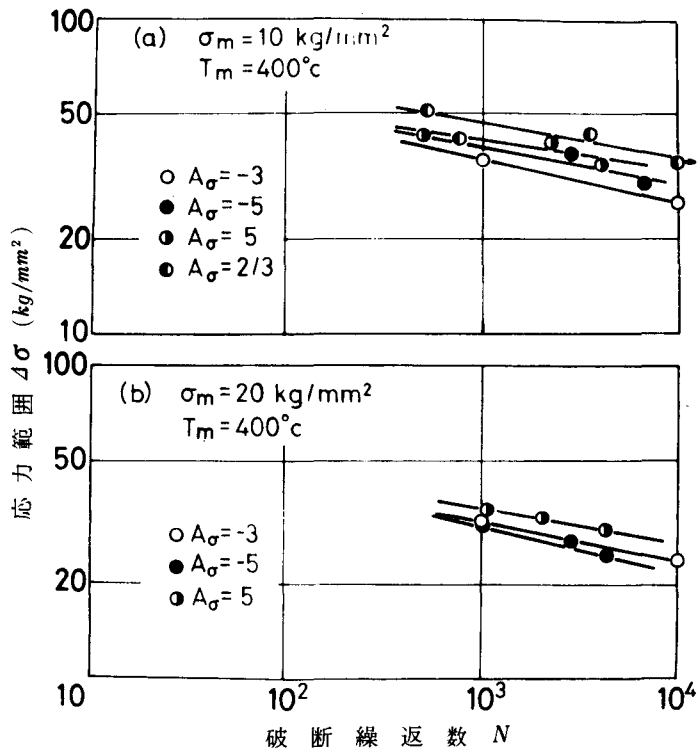


図 2・16 機械的応力と重畳する場合  
の熱疲労試験結果

これからわかるように, 同じ平均応力が加わる場合でも,  $A_\sigma < 0$  すなわち高温側引張の方が寿命がやや短いようである。このことは, 図 2・11 における  $\delta < 0$  の場合の傾向と一致する。

$\sigma_m = 10 \text{ kg/mm}^2$  および  $20 \text{ kg/mm}^2$  の場合について, 図 2・16(a)および(b)から, 熱応力範囲  $\Delta\sigma_T$  と機械的応力範囲  $\Delta\sigma_M$  を両軸にとって示した時間強度線図が図 2・17(a)および(b)の白丸点および黒丸点であり, 破壊繰返数  $N = 10^3$  および  $10^4$  について示した。図中の実線は解析結果であって, 次のようにして求めたものである。すなわち, 式 (2・27) によって, 各温度でのクリープ破断時間

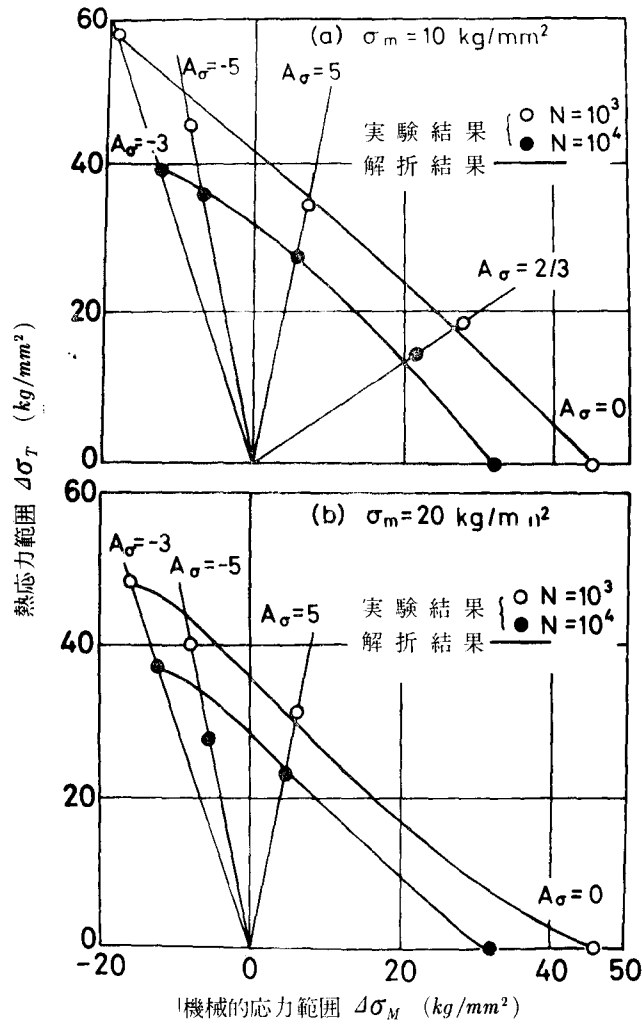


図2・17 熱応力範囲と繰返機械的  
応力範囲の関係

から  $1/t_r$  を求め、これを1サイクル中で積分することによってクリープ損傷  $\phi_c$  を決定する。一方、相当定常温度  $T_e$  における高温塑性疲労試験結果から式 (2・25) における諸定数を求める。

このようにして求めた解析曲線は、白丸点および黒丸点で示す実験結果とかなり良く一致している。ただし、いずれの場合も  $A_\sigma = -5$  では実験結果が少し低くなっている。これは、 $A_\sigma = -5$  の近くでは、同一の  $\Delta\sigma$  を得るためには、温度範囲  $\Delta T$  が大きくなり、平均温度  $\Delta T$  を一定 ( $400^\circ\text{C}$ ) としているため上限温度  $T_m$  が大となり、

強度が低下したためであると考えられる。

同様の方法によって、 $\Delta\sigma_T$ 、 $\Delta\sigma_M$ 、 $\sigma_m$  の任意の組合せについて解析を行なった立体図を  $N = 10^3$  について描くと図 2・18 のようになる。ただし、ここでは、

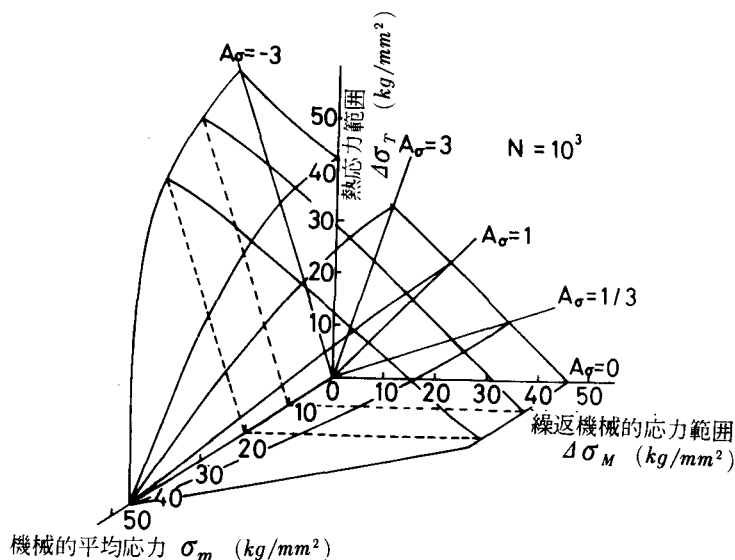


図 2・18 機械的応力と重畳する場合の熱疲労強度の解析結果

すべての解析結果は定応力試験の結果ではなく、定ひずみのものも含まれているが、この場合には、応力範囲としては、全寿命の平均的なものを用いている。図中の  $\sigma_m = 10 \text{ kg/mm}^2$  および  $20 \text{ kg/mm}^2$  の曲線は上で述べた図 2・17(a)および(b)の結果である。

### 5.2.2 熱疲労変形

熱応力に機械的 平均応力が重畳して加えられるとき、試験片は次第に変形してゆく。このような熱疲労変形は、高温でおこるため、温度および応力変動下のクリープと現象的に極めて似た挙動を呈する。

図 2・19 は  $\sigma_m = 10 \text{ kg/mm}^2$  の場合の軸方向の伸び  $\varepsilon$  から瞬間ひずみ  $\varepsilon_o$  を差引いたものの時間的変化の例であって、クリープ曲線に類似している。図 2・20 は  $N = 10^3$  において、 $\varepsilon - \varepsilon_o = 2\%$  の変形を生ずる場合の応力範囲  $\Delta\sigma (= \Delta\sigma_T + \Delta\sigma_M)$  と平均応力  $\sigma_m$  の関係を示したものである。白丸点および黒丸点はそ



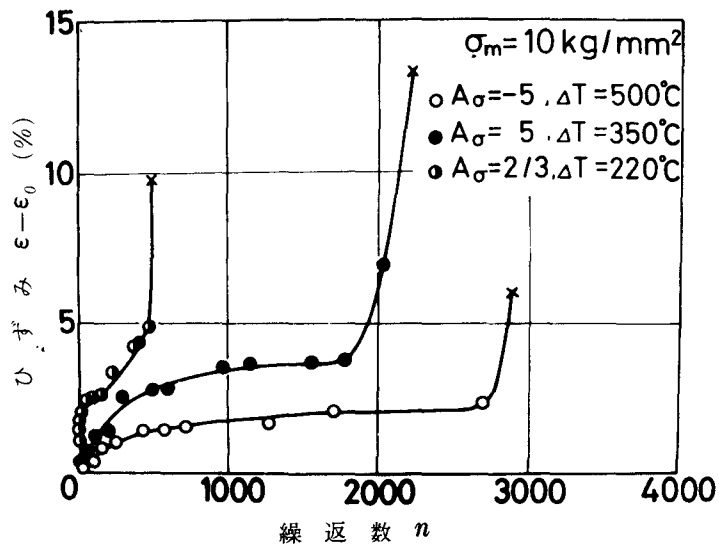


図2・19 機械的応力と重畳する場合の熱疲労における試験片の伸び

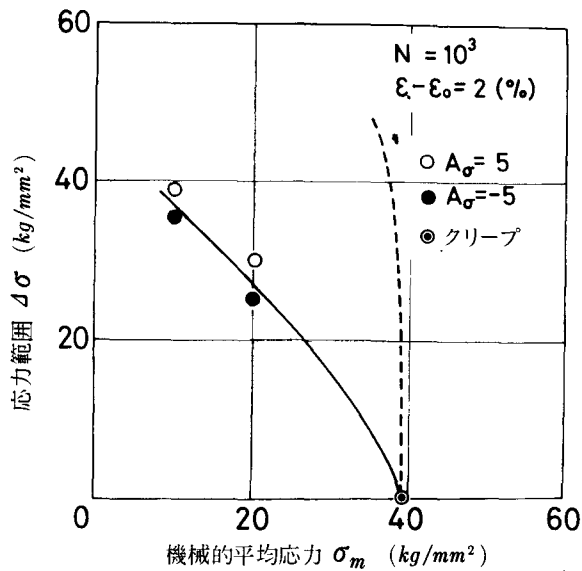


図2・20 繰返応力範囲と静的平均応力の関係

れぞれ  $A_\sigma = 5$  および  $-5$  に対する結果である。図からわかるように、 $A_\sigma$  の値による差はわずかである。すなわち、疲労変形は熱応力、機械的応力の如何を問わず応力範囲  $\Delta\sigma$  のみにほぼ依存すると考えられる。

図の破線は静クリープの結果より式(2・28)を用いて求めた曲線であるが、実験結果と著しく相違している。これは、熱疲労変形が現象的にクリープと似ているにもかかわらず、特に1サイクル中の低温側の挙動が単にクリープのみでは説明できないことを示すものであって、応力履歴も考慮せねばならないと考えられる。したがって、ここでは、式(2・30)の補正を行なって解析を行なうことにする。静クリープおよび機械的繰返応力が加わらない場合の熱疲労試験結果を用いて諸定数を決定すると式(2・31)は次のように表わされる。

$$Q = 1 + 4.09 \times 10^5 \left( \frac{\Delta \sigma}{2 \sigma_{max}} \right)^{10} \cdot N \quad (2 \cdot 32)$$

図2・20の実線は、このようにして求めた結果であって、実験結果と良く一致している。このことから、熱応力だけでなく機械的繰返応力が重畳される場合においては、静クリープのみでなく、平均応力を有する熱疲労試験結果を用いて熱疲労変形を推定する必要がある。

## 6. 結 言

熱疲労の問題は、他の高温強度と密接な関連があるという考えに立って、本章では、まず、単軸応力下の熱疲労、高温塑性疲労およびクリープの力学的条件について考察を加え、これらの現象がそれぞれ繰返し熱応力、繰返し機械的応力、機械的平均応力に対応するものであり、実働条件下の熱疲労では、これらが複雑に組合わさっていることを明らかにした。

つづいて、熱疲労と高温塑性疲労の相関性について検討を加え、実験的に困難な前者の強度を後者の実験結果から推定するために相当定常温度の考え方を導入した。18-8ステンレス鋼を用いた実験では、熱応力と繰返し機械的応力の比を種々変えても、熱疲労における破断寿命が相当定常温度下の塑性疲労強度から推定できることがわかった。ただし、熱疲労の高温側で引張応力が加えられる場合については、上限温度における塑性疲労強度に近い。また、炭素鋼では、亀裂発生に注目して実験と考察を行ない、この場合の熱疲労強度も相当定常温度下の塑性疲労試験結果から推定できることを明らかにした。

一方、両振機械的応力の他に、機械的平均応力が加えられる場合の熱疲労における破断寿命と変形に対する寄与を両振応力および平均応力に分けて考え18-8 ステンレス鋼に対して実験的研究を行なった。この結果、このような場合の破断寿命は相当定常温度下の塑性疲労およびクリープ破断の結果から推定できる。しかし、変形に対しては、クリープの消耗率の仮定から推定されるものより大きく、この場合には1 サイクル中の応力履歴も考慮せねばならないことが明らかになった。

#### 参 考 文 献

1. 平修二, 大南正瑛, 安江彰治, 井上達雄, 材料 18-186(昭44)247
2. 平修二, 大南正瑛, 安江彰治. 材料学会第14期通常総会学術講演会前刷 (昭40)65
3. S. Taira, Proc. 3rd Symp. Naval Structure Mechanics (1963)187
4. 平修二, 大南正瑛, 白石忠司, 材料 12-114(昭38)178
5. S. Taira, M. Ohnami and T. Shiraishi, Proc. 6th Jap. Cong. Test. Mat. (1963)34
6. S. Taira, Creep in Structure, Springer-Verlag (1962)96
7. 平修二, 小寺沢良一, 材料試験 10-88 (昭36)9
8. L.F. Coffin, ASTM STP. No 165(1954)
9. M. Kawamoto, T. Tanaka and H. Nakajima, J. Metals. A S T M (1967)719
10. 平修二, 小寺沢良一, 大南正瑛, 材料試験 9-85 (昭35)636
11. S. Taira, M. Ohnami, H. Minata and T. Shiraishi, Bulletin J S M E 6-22 (1963)169
12. 平修二, 大南正瑛, 皆田日出男, 白石忠司 機械学会論文集 28-191 (昭37)792

13. S. Taira, M. Ohnami, and T. Inoue, Proc. 8th Jap Cong. Test.  
Mat. ( 1965 ) 40
14. 平修二, 大南正瑛, 井上達雄, 庵文隆, 材料 14-145(昭40)898

### 第3章 多軸応力下の塑性疲労

#### 1. 緒 言

熱疲労現象は、一種の塑性疲労であるという考えにたつて、第2章では特に単軸応力下の熱疲労と高温塑性疲労の相関性について議論した。しかしながら、実用構造物においてみられる熱疲労は、多くの場合多軸熱応力状態にあるのが普通であつて、この様な多軸熱応力下の熱疲労の問題は実働条件下の熱疲労問題を考える上に極めて有益であろう。<sup>(1)(2)</sup> この多軸熱応力下の熱疲労については、第5章および第6章で取扱うことにするが、熱疲労においては1サイクル中で温度が変動するため、その力学的挙動ないしは破損のクライテリアを正確に把握することは極めて困難である。したがつて、本章では、多軸熱応力下の熱疲労の基礎的知見を得るために、一定温度下の多軸応力下の塑性疲労に関する実験および考察を行なうものである。

多軸応力下の塑性疲労に関する研究については、Grossら<sup>(3)</sup>、Sachsら<sup>(4)</sup>、中沢ら<sup>(5)</sup>による板曲げ、Bowmanら<sup>(6)</sup>、Ivesら<sup>(7)</sup>による油圧を用いた長方形板および円板の曲げ、Goto<sup>(8)</sup>による菱形板の曲げなどがいずれも室温で行なわれている。これらの実験においては、試験片の形状を変えない限り2軸の応力またはひずみの比を任意に選ぶことができない不便さがある。さらに、金属材料の室温と高温における挙動は同一に論じられないため、熱疲労の基礎的資料を得るためには、高温において任意のひずみの組合せによる多軸応力下の塑性疲労に関する研究を行なう必要がある。

そこで、本章では、薄肉中空円筒試験片を用いて組合せ引張圧縮および繰返し振りを任意の位相差および任意のひずみ比をもって加えることのできる試験機を試作し、0.16% C炭素鋼を用いて実験を行なった。第3節では、まず引張圧縮と繰返し振りが同位相で加えられる高温における場合の挙動を引張圧縮のみを用いる単軸応力下の強度と関連づけることを目的とした。<sup>(9)(10)</sup> 次に、溶接などにみられる如く移動熱源によって加熱される場合のように主応力の方向が変化するような状態の熱疲労の基礎的知見を得るため、ひずみが位相差をもって加えられる

場合の多軸応力下の塑性疲労<sup>(11)(12)</sup>を取扱った。さらに、多軸応力下の塑性疲労における破損の状況を詳細に観察するために室温における実験<sup>(13)(14)</sup>を行なった。第4節では、高温の場合の参考に供するため室温における実験を行なって、塑性疲労損傷の進行をすべり帯の観察によってとらえ、さらに亀裂の発生と伝播について、室温と高温における場合を比較した。

## 2. 実験方法

### 2.1 実験材料および試験片

実験に供した材料は0.16% C炭素鋼で、表3・1(a)に化学成分を、(b)に室温

表3・1 供試材料の化学成分および機械的性質

#### (a) 化 学 成 分 (%)

C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr
0.16	0.26	0.47	0.018	0.025	0.08	0.02	0.03

#### (b) 室温および450℃における機械的性質

	上降伏点 $kg/mm^2$	下降伏点 $kg/mm^2$	0.2%耐力 $kg/mm^2$	引張強さ $kg/mm^2$	伸 び %	絞 り %
室 温	30.0	252	—	40.6	38	67
450℃	—	—	11.5	26.5	41	84

および本実験を行なった450℃における機械的性質を示す。

試験片は図3・1に示すように標点距離30mm、外径10mmの中空円筒形のもので、ねじりによる半径方向の応力こう配を小さくするために肉厚0.5mmとした。この試験片は、引張圧縮荷重を伝えるためのカラー、ねじりモーメントを伝える

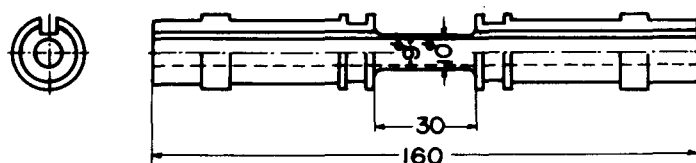


図3・1 試験片

ためのキーマゾおよびひずみ検出用の取出棒を固定するためのカラーを有している。ここで、高温における多軸応力下の塑性疲労実験では、図3・1のように機械加工したのち、 $900^{\circ}\text{C} \times 1\text{ hr}$ の真空焼なましをほどこして実験に供した。また、室温における実験では、 $650^{\circ}\text{C} \times 1/2\text{ hr}$ の真空焼なましの後、#06エメリー紙研摩、電解研摩、および5%硝酸アルコールによる化学研摩を行なって表面観察ができるようにした。

## 2.2 実験装置

本実験に用いた試験機は、第2章図2・6の引張圧縮塑性疲労試験機を改造して、引張圧縮荷重と同一の周期で任意の位相差を有する繰返しねじりモーメントを加えることができるようにしたものの<sup>(9)(10)</sup>であって、図3・2にその概要を示す。

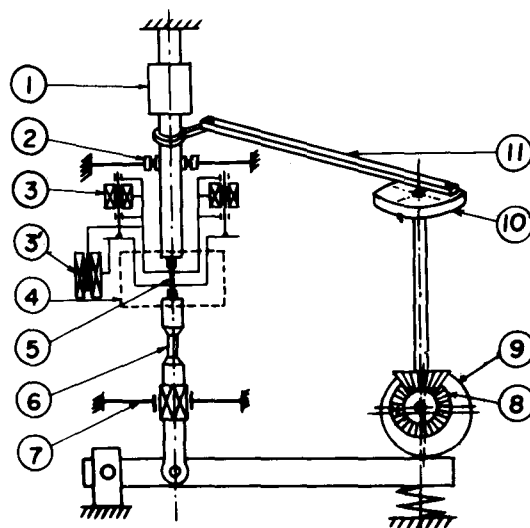


図3・2 多軸応力下の塑性疲労試験機の概要

引張圧縮荷重は、偏心円板⑨を回転させレバーを上下させることによって電気炉④の中の試験片⑤に加えられる。また、ねじりモーメントは、偏心円板⑨の回転をかさ歯車⑧を介して偏心円板⑩に伝達し、これからアームおよびレバー⑪によって主軸に伝えられる。ねじりモーメントを伝える上側の主軸は、軸受箱①を有している。これは図3・3にその詳細を示すように、2個のスラスト軸受を用い

ることによって、引張荷重は下側の軸受と外側のケーシングを通して、また、圧縮荷重は上側の軸受によってそれぞれ伝えられる。また、主軸は②のラジアル軸受および⑦の薄い板ばねで支持されている。

軸方向応力は、検力棒④の軸方向および直角方向にはりつけたひずみゲージによって、また、ねじり応力は、同じく45°の方向にはりつけたひずみゲージによって検出し、あらかじめ検定したひずみ計を用いて読みとった。試験片のカラー部分に固定した取出棒にとりつけた差動変圧器③および③'によって、それぞ

れ軸方向ひずみおよびねじりひずみを検出した。なお、本試験機の容量は、引張圧縮荷重 1.5 t、ねじりモーメント 200 kg-cm である。

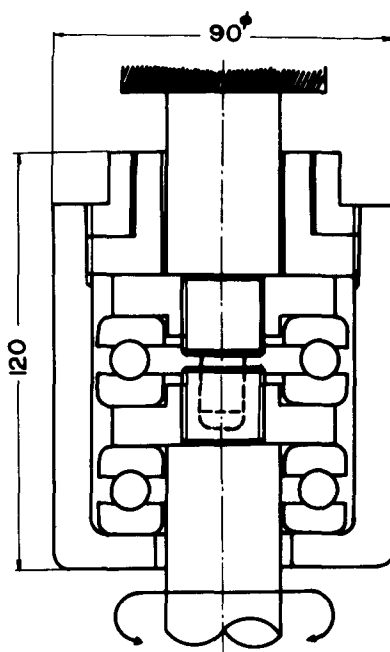


図 3・3 軸 受 箱

### 3. 多軸応力下の塑性疲労と単軸応力下の塑性疲労の相関性

#### 3.1 応力およびひずみの解析

多軸応力下の塑性疲労と単軸応力下の塑性疲労との相関性を論ずるにあたって、ここでは相当応力および相当ひずみの概念を導入する。金属材料においてしばしば用いられる相当応力、相当ひずみおよび流れの法則としては、Mises 型と Tresca 型がありこれらはそれぞれ次のように示すことができる。

Mises 型：

相当応力

$$\begin{aligned}\sigma^* &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \right]\end{aligned}$$



$$+ 6 ( \tau_{r\theta}^2 + \tau_{\theta z}^2 + \tau_{zr}^2 ) ]^{1/2} \quad (3.1)$$

相当ひずみ

$$\begin{aligned} \varepsilon^* &= \frac{\sqrt{2}}{3} [ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2 ]^{1/2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} [ (\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2 \\ &\quad + \frac{3}{2} (\gamma_{r\theta}^2 + \gamma_{\theta z}^2 + \gamma_{zr}^2) ]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

流れの法則

$$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{\sigma_2 - \sigma_3} = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{\sigma_3 - \sigma_1}$$

または

$$\frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\theta}{\sigma_r - \sigma_\theta} = \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_z}{\sigma_\theta - \sigma_z} = \frac{\varepsilon_z - \varepsilon_r}{\sigma_z - \sigma_r} = \frac{\gamma_{r\theta}}{2\tau_{r\theta}} = \frac{\gamma_{\theta z}}{2\tau_{\theta z}} = \frac{\gamma_{zr}}{2\tau_{zr}} \quad (3.3)$$

Tresca 型：

相当応力

$$\sigma^* = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3) \quad (3.4)$$

相当ひずみ

$$\varepsilon^* = K(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (3.5)$$

ここに、 $K$ は単軸応力下における実験から定められる定数である。

流れの法則

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_3, \quad \varepsilon_2 = 0 \quad (3.6)$$

ここに、 $\sigma$  および  $\varepsilon$  はそれぞれ応力およびひずみを、また、添字 1, 2, 3 は主応力方向または主ひずみ方向を、 $r, \theta, z$  は半径方向、接線方向および軸方向を表わすものとする。

引張圧縮およびねじりが組合わされる場合、式(3.1)～式(3.6)およ

び体積一定の条件

$$\epsilon_r + \epsilon_\theta + \epsilon_z = 0 \quad (3.7)$$

を用いて得られる相当応力および相当ひずみは次のようになる。

相当応力

$$\sigma^* = [\sigma^2 + \kappa \tau^2]^{1/2} \quad (3.8)$$

$\kappa = 3$  : Mises 型

4 : Tresca 型

相当ひずみ

$$\epsilon^* = [\epsilon^2 + \lambda \gamma^2]^{1/2} \quad (3.9)$$

$\lambda = 1/3$  : Mises - Mises 型

1/4 : Tresca - Tresca 型

4/9 : Tresca - Tresca 型

ここに、 $\sigma$  および  $\tau$  は軸方向応力 ( $=\sigma_z$ ) およびねじりによるせん断応力 ( $=\tau_{\theta z}$ )、 $\epsilon$  および  $\gamma$  は軸方向ひずみ ( $=\epsilon_z$ ) およびねじりによるせん断ひずみ ( $=\gamma_{\theta z}$ ) である。

引張圧縮と繰返しねじりが同位相で加わる場合には、式 (3.8) および式 (3.9) で表わされる相当応力および相当ひずみの考え方をそのまま用いて、相当応力範囲  $\Delta \sigma^*$  および相当ひずみ範囲  $\Delta \epsilon^*$  を次のように定義する。

相当応力範囲

$$\begin{aligned} \Delta \sigma^* &= [(\Delta \sigma)^2 + \kappa (\Delta \tau)^2]^{1/2} \\ &= \Delta \sigma [1 + \kappa A_{\sigma o}^2]^{1/2} \\ A_{\sigma o} &= \Delta \tau / \Delta \sigma \end{aligned} \quad (3.10)$$

相当ひずみ範囲

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon^* &= [(\Delta \epsilon)^2 + \lambda (\Delta \gamma)^2]^{1/2} \\ &= \Delta \epsilon [1 + \lambda A_{\epsilon o}^2]^{1/2} \\ A_{\epsilon o} &= \Delta \gamma / \Delta \epsilon \end{aligned} \quad (3.11)$$

ここに、 $\Delta$  を付したものは応力範囲およびひずみ範囲を表わし、 $A_{\sigma o}$  および  $A_{\epsilon o}$  はそれぞれ  $\Delta \tau$  と  $\Delta \sigma$  および  $\Delta \gamma$  と  $\Delta \epsilon$  の比であり、これらを応力比およびひずみ比と呼ぶことにする。

しかしながら、 $\varepsilon$  と  $\gamma$  が位相差をもって加わる場合は、式(3・11)をそのまま用いることができない。

本試験に用いた装置によって実現されるひずみ波形は図3・4にその例を示すようなものであり、これはほぼ正弦波と見なすことができる。いま、位相差を $\psi$ ,

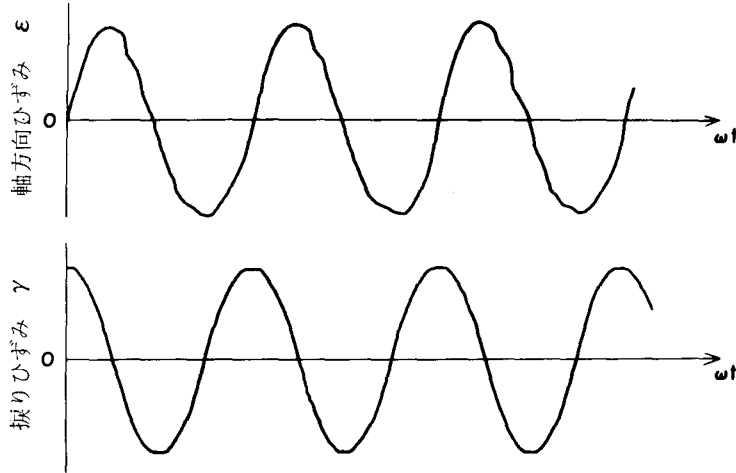


図3・4 ひずみ波形の記録例

角速度を $\omega$ とすると、時刻 $t$ における引張圧縮ひずみ $\varepsilon$ およびねじりひずみ $\gamma$ は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_0 \sin(\omega t) \\ \gamma &= \gamma_0 \sin(\omega t + \psi)\end{aligned}\quad (3 \cdot 12)$$

ただし

$$\varepsilon_0 = \Delta \varepsilon / 2, \quad \gamma_0 = \Delta \gamma / 2$$

である。ここで、式(3・2)に準じて、式(3・12)を用いて相当ひずみを次のように考える。

$$\begin{aligned}\varepsilon^* &= \pm \left[ \left| \operatorname{sgn}(\varepsilon) \varepsilon^2 + \lambda \operatorname{sgn}(\gamma) \gamma^2 \right| \right]^{1/2} \\ &= \pm \left[ \left| \operatorname{sgn}\{\varepsilon_0 \sin(\omega t)\} \varepsilon_0^2 \sin^2(\omega t) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \lambda \operatorname{sgn}\{\gamma_0 \sin(\omega t + \psi)\} \gamma_0^2 \sin^2(\omega t + \psi) \right| \right]^{1/2} \quad (3 \cdot 13)\end{aligned}$$

ここに、 $\operatorname{sgn}\{\varepsilon_0 \sin(\omega t)\}$ 、 $\operatorname{sgn}\{\gamma_0 \sin(\omega t + \psi)\}$ はそれぞれ $\varepsilon_0 \sin(\omega t)$ 、 $\gamma_0 \sin(\omega t + \psi)$ の符号を表わし、また、 $\pm$ は絶対値記号内の符号に対応するものである。位相差 $\psi = 0$ および $\pi/2$ の場合、引張圧縮ひずみおよびねじりひずみが

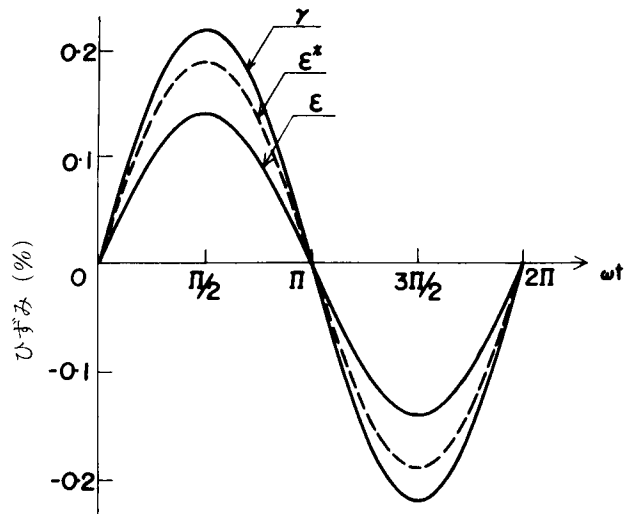


図 3・5 位相差のない場合のひずみ  
波形と相当ひずみ

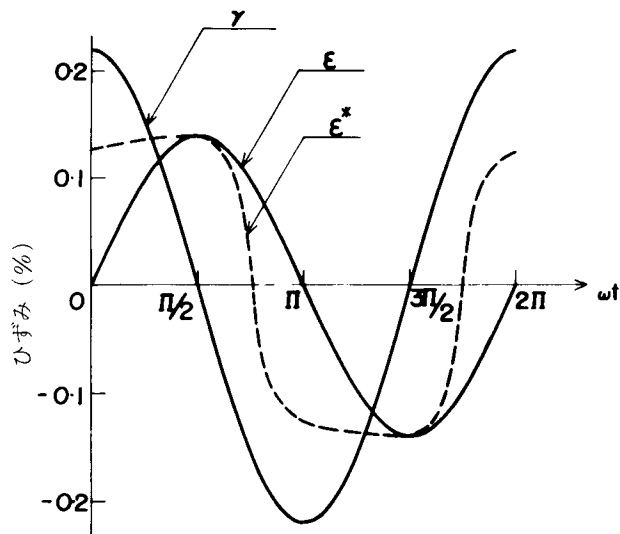


図 3・6 位相差を有する場合のひずみ  
波形と相当ひずみ

それぞれ図 3・5 および図 3・6 の実線のように考えられるとき式 (3・13) で求めた相当ひずみは破線のようにになる。この場合の相当ひずみ範囲は次のように書くことができる。

$$\Delta \varepsilon^* = \{ \Delta \varepsilon [ \sin^2(\omega t) + \lambda A_{\varepsilon_0}^2 \sin^2(\omega t + \psi) ]^{1/2} \}_{max} \quad (3 \cdot 14)$$

図 3・6 および式 (3・14) から明らかなように、このような相当ひずみ範囲  $\Delta \varepsilon^*$  は、 $\psi = \pi/2$  の場合は、 $\Delta \varepsilon$  または  $\Delta \gamma$  のいずれか一方によってのみ決められ、したがって実験結果を整理する場合、他のひずみの繰返しは寿命に影響をおよぼさないことになって、物理的な意味は小さくなる。すなわち、寿命は加えられるひずみの範囲のみに依存し、1 サイクル中のひずみ履歴には無関係であることになる。

そこで、ひずみの履歴を考慮に入れた有効平均ひずみ範囲  $\widetilde{\Delta \varepsilon}^*$  を考えることにする。一般に全ひずみ範囲を  $\Delta \varepsilon$  と破損までの繰返し数  $N$  との間には次の関係が成立する。<sup>(15)</sup>

$$\Delta \varepsilon N^\alpha = C \quad (3 \cdot 15)$$

この式を変形すると

$$\Delta \varepsilon^{1/\alpha} N = C^{1/\alpha} \quad (3 \cdot 16)$$

となる。これは 1 サイクル中に与えられる損傷

$$\phi = \Delta \varepsilon^{1/\alpha} \quad (3 \cdot 17)$$

が  $N$  回繰返されて

$$\Phi = \phi N = C^{1/\alpha} \quad 3(3 \cdot 18)$$

に達したとき破損することを表わしている。ここでは  $\varepsilon^*$  なるひずみを与えられるとき

$$\phi = \varepsilon^{*1/\alpha} \quad (3 \cdot 19)$$

なる損傷が生ずるものとする。さらに、1 サイクル中のひずみ履歴を考慮するために、このような損傷は 1 サイクル中の平均をとるとみなして、次のような有効平均ひずみ範囲を定義する。

$$\widetilde{\Delta \varepsilon}^* = 2 \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\pi/\omega} |\varepsilon^*|^{1/\alpha} dt \quad (3 \cdot 20)$$

ただし、 $\alpha$  は式 (3・15) を用いて単軸応力下の塑性疲労試験結果から決められるものである。

### 3.2 実験結果および考察

#### 3.2.1 高温においてひずみが同位相で加えられる場合

実験は  $450^{\circ}\text{C}$  の一定温度の下で、ひずみ比  $A_{\epsilon 0} (= \Delta\gamma / \Delta\epsilon)$  が 0 (引張圧縮のみ), 1.5, 4.6 および  $\infty$  (繰返しねじりのみ) の場合を主に行なった。また、後述するように試験片に発生するき裂の方向に対する検討を行なうために、他の場合についても若干の実験を行なった。

式 (3・10) および (3・11) で定義した相当応力範囲および相当ひずみ範囲を用いる場合、式の中に示された  $\kappa$  および  $\lambda$  の値による  $\Delta\sigma^*$  および  $\Delta\epsilon^*$  の大小を考える。 $\kappa$  および  $\lambda$  の値の大きさが  $\Delta\sigma^*$  および  $\Delta\epsilon^*$  に最も大きく影響するのは  $\Delta\sigma = \Delta\epsilon = 0$  すなわち繰返しねじりのみを受ける場合 ( $A_{\epsilon 0} = \infty$ ) である。図 3・7 はこの場合における実験結果を縦軸に式 (3・11) で定義した 3 種の相

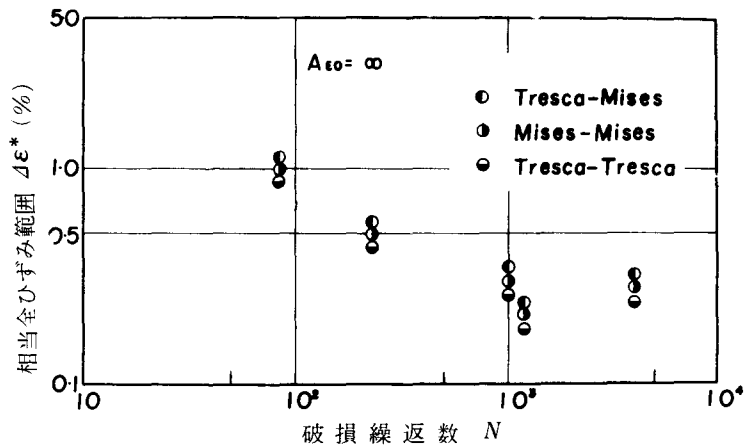


図 3・7 3 種の相当ひずみ範囲による  
実験結果の比較

当ひずみを取り、横軸に破損繰返し数 (詳細は後述する) をとって整理したものである。図からわかるように、これらの相当ひずみ範囲による差異はわずかでであり実験のばらつきの範囲に含まれるとみなしてさしつかえない。したがって、以下では相当応力および相当ひずみとしては、最も一般的に用いられる Mises 型のものを用いることにする。

$\Delta\epsilon = 0$  すなわち引張圧縮のみを受ける場合の応力範囲  $\Delta\sigma^*$  の繰返し数  $n$  に伴う変化を図 3・8 に示す。はじめの数サイクルの間加工硬化によるかなり大きな

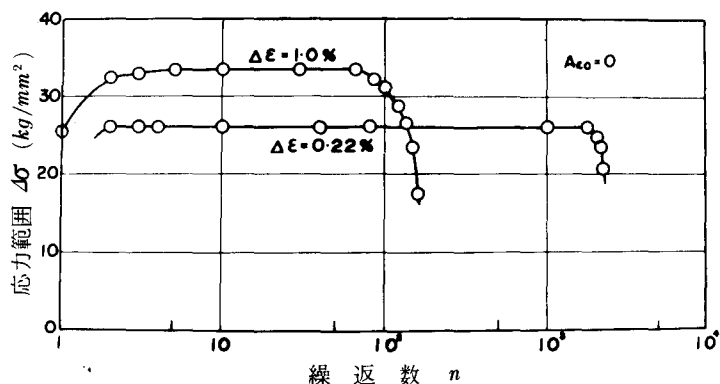


図 3・8 応力範囲の繰返数にともなう変化

応力範囲の増加がみられるが、その後はよく安定した期間がつづく。しかし、試験片が破断する少し前に応力範囲の急激な低下がおこる。このような変化は他の  $A_{\epsilon 0}$  の場合も同様であることが確認されている。応力範囲の急激な低下がおこるのは、後述するように、試験片に亀裂が生じたり、 $A_{\epsilon 0}$  および  $\Delta \epsilon^*$  が大きくねじりひずみ大きいときにはねじり座屈の様相を呈したりするためである。すなわち、このような場合は、材料がきわめて大きな損傷を受けたと考えられるので、以下においては応力範囲の急激な低下のおこる繰返し数を破損繰返数  $N$  として材料の寿命とみなすことにする。

前述したように、Mises—Mises 型の相当全ひずみ範囲  $\Delta \epsilon^*$  を縦軸に、破損

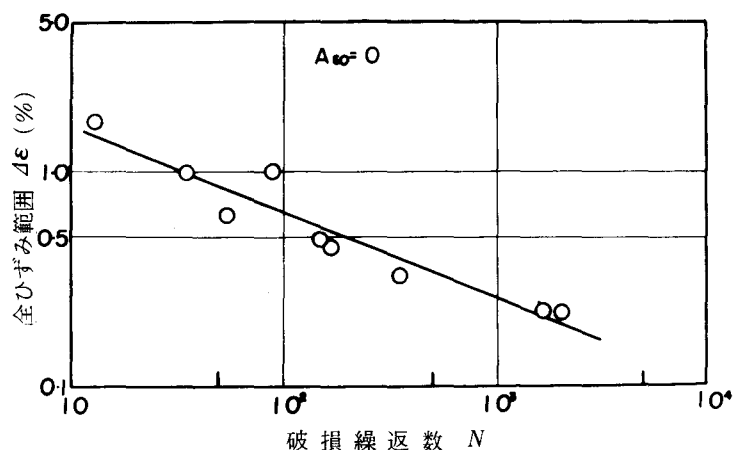


図 3・9 単軸応力下の塑性疲労試験結果 ( $A_{\epsilon 0} = 0$ )

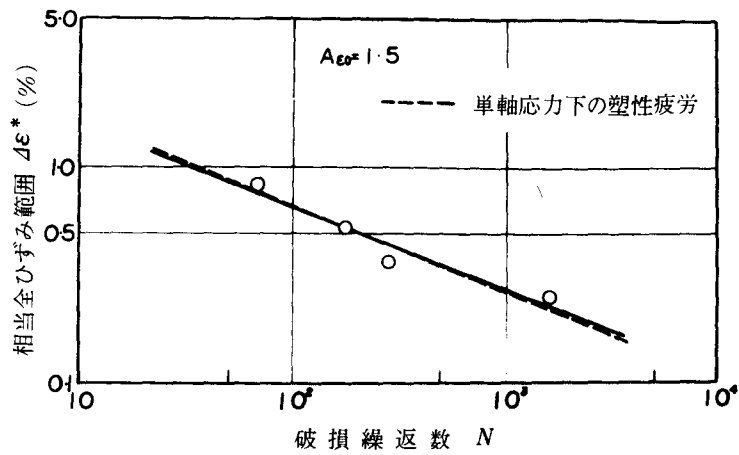


図3・10 多軸応力下の塑性疲労試験結果 ( $A_{\varepsilon o}=1.5$ )

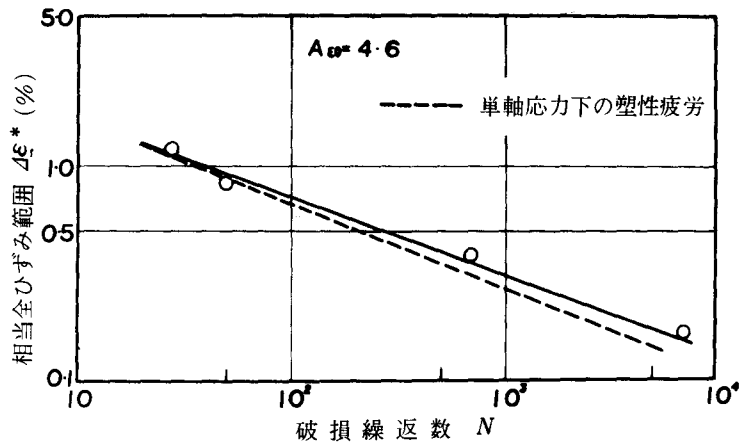


図3・11 多軸応力下の塑性疲労試験結果 ( $A_{\varepsilon o}=4.6$ )

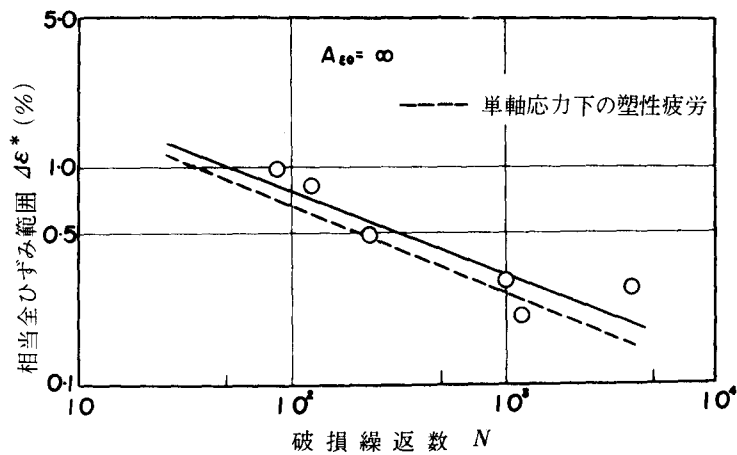


図3・12 多軸応力下の塑性疲労試験結果 ( $A_{\varepsilon o}=\infty$ )



繰返数  $N$  を横軸にとって  $A_{\epsilon 0} = 0$  すなわち定ひずみ引張圧縮塑性疲労試験の結果を示すと図 3・9 のようになる。図中の直線は各実験点から、最小二乗法によって求めたものである。

図 3・10, 図 3・11 および 図 3・12 はそれぞれ  $A_{\epsilon 0} = 1.5$ , 4.6 および  $\infty$  の場合の定ひずみ多軸応力下の塑性疲労試験結果である。実線は最小二乗法によって求めたものであり、破線は図 3・9 に示した  $A_{\epsilon 0} = 0$  すなわち単軸応力下の実験結果である。これらの図にみられるように、Mises-Mises 型の相当ひずみ範囲を用いた場合、実線で示される多軸応力下の実験結果と破線で示される単軸応力下の結果はかなり良好な一致を示すことがわかる。このことは  $A_{\epsilon 0}$  の値が小さいほど著しい。

### 3.2.2 高温においてひずみが位相差をもって加えられる場合

ここでは、式 (3・11) におけるひずみ比を  $A_{\epsilon 0} = 1.5$  および 4.6 として位相差  $\psi = \pi/2$  の組合せ引張圧縮繰返振りの塑性疲労実験を行ない、位相差のない場合の多軸および単軸応力下における実験と比較検討した。

図 3・13 は、破損繰返数  $N = 100$  における引張圧縮ひずみ範囲  $\Delta \epsilon$  と振りひずみ

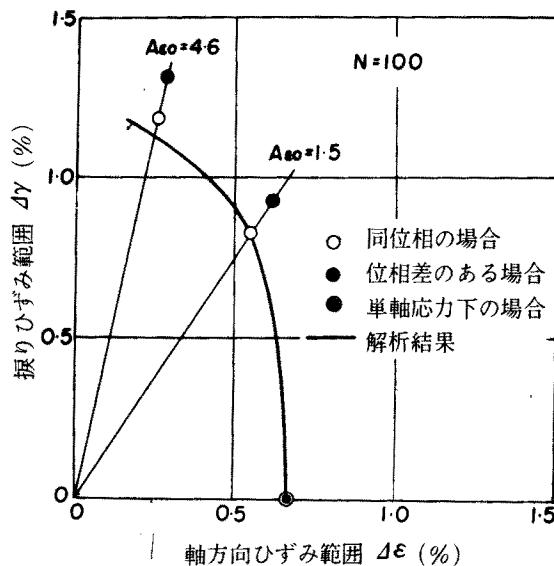


図 3・13 位相差の有無による軸方向ひずみ範囲と振りひずみ範囲の関係

み範囲  $\Delta\epsilon$  の関係を示したものである。白丸点は位相差のない場合，黒丸点は位相差  $\psi = \pi/2$  の結果である。また実線は二重丸点で示される単軸応力の実験結果 ( $A_{\epsilon 0} = 0$ ) から式 (3・11) における Mises-Mises の関係を用いて求めた曲線である。これからも明らかなように，位相差のない場合の実験結果 (白丸点) は実線にかなり一致しているが，位相差のある場合 (黒丸点) とは大きくはなれている。すなわち同じ組合せひずみを与えても位相差を有する場合と有しない場合にかんがりの差があることがわかる。

図 3・14 および図 3・15 はそれぞれ  $A_{\epsilon 0} = 1.5$ ，および 4.5 の場合の実験結

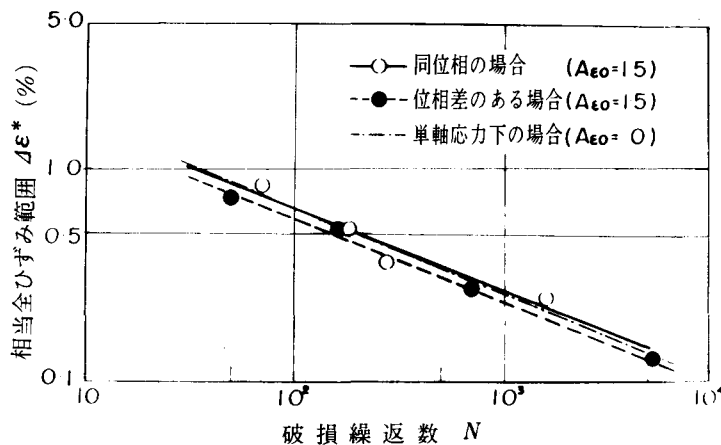


図 3・14 相当全ひずみ範囲で整理した実験結果 ( $A_{\epsilon 0} = 1.5$ )

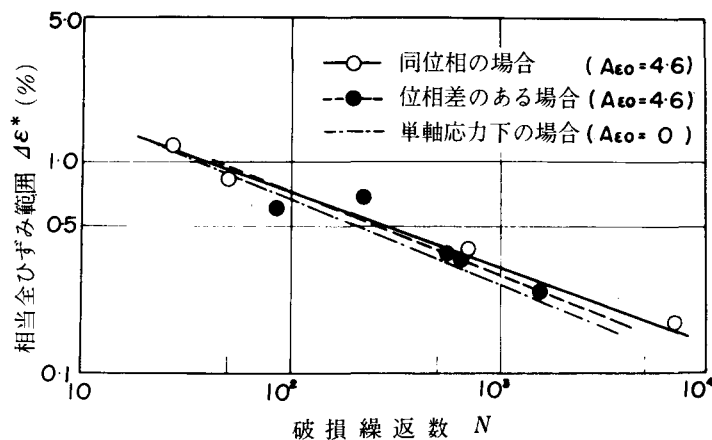


図 3・15 相当全ひずみ範囲で整理した実験結果 ( $A_{\epsilon 0} = 4.6$ )

果を縦軸に式(3・14)で定義される Mises-Mises 型の相当ひずみ範囲をとって示したものである。ここに、白丸点と実線は位相差のない場合、黒丸点と破線は位相差 $\psi = \pi/2$ の場合の多軸応力下の試験結果である。これらの図から明らかに、実験結果はかなりよく一致している。このことから式(3・14)の相当ひずみ範囲 $\Delta\epsilon^*$ を用いると、位相差を有する場合、有しない場合とも、多軸応力下の塑性疲労強さは単軸応力下の塑性疲労試験結果から推定することができる。しかしながら、前述したように、式(3・14)の相当ひずみ範囲は、1サイクル中のひずみ履歴を考慮していないものである。

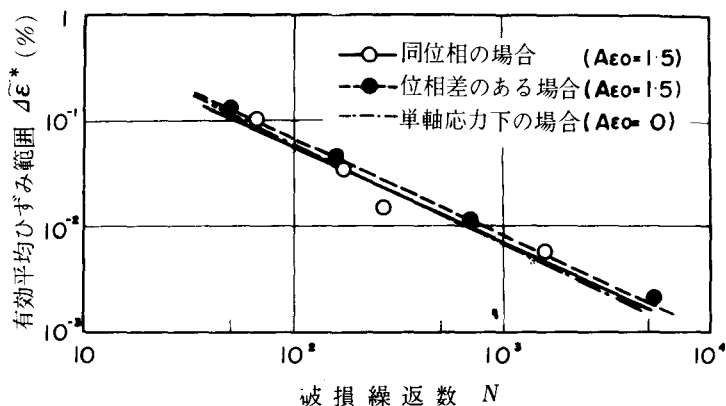


図3・16 有効平均ひずみ範囲で整理した実験結果 ( $A\epsilon_0=1.5$ )

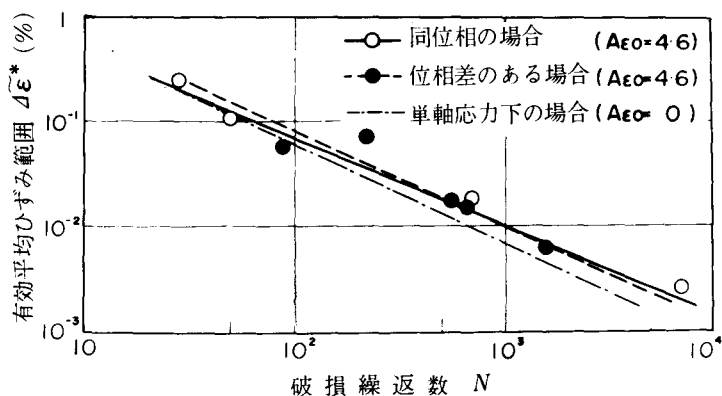


図3・17 有効平均ひずみ範囲で整理した実験結果 ( $A\epsilon_0=4.6$ )

次に、1サイクル中のひずみ履歴および損傷を考慮した有効平均ひずみ範囲を縦軸にとって実験結果を整理したものを $A_{\epsilon_0} = 1.5$ および4.6に対しておのこの図3・16および図3・17に示す。式(3・20)における $\alpha$ の値としては、単軸応力下の塑性疲労試験から得られた値0.41を用いた。これらの図において実験結果はきわめて良好な一致を示していることがわかる。すなわち、位相差を有する場合は式(3・20)で定義される有効平均ひずみ範囲を用いたほうが式(3・14)の相当ひずみ範囲を用いるより適切であることがわかる。

しかしながら、図3・14と図3・15、図3・16と図3・17を比較しても明らかのように、これら両者の差はきわめてわずかである。このことは、塑性疲労においては、ひずみ範囲が寿命に及ぼす効果に比して、ひずみ波形の影響が小さいことを意味している。したがって、実用上は式(3・14)の相当ひずみ範囲を用いて実験結果を整理してもさしつかえないといえることができる。

### 3.2.3 室温における場合

室温における多軸応力下の塑性疲労の実験は位相差のない場合のみを行なった。室温における場合には、実験結果のばらつきが高温におけるものに比して比較的少なかったため、実験結果の整理にあたっては、式(3・11)のMises-Mises, Tresca-Tresca, Tresca-Misesの各相当ひずみ範囲を用いた。また、

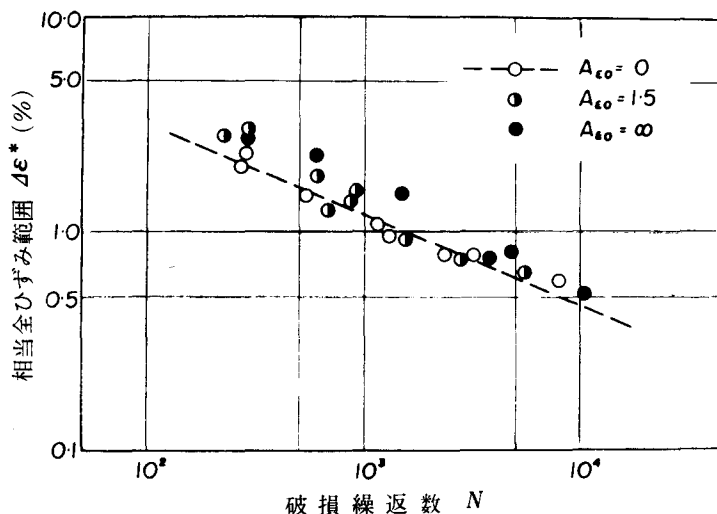


図3・18 Mises-Mises型の相当全ひずみ範囲で整理した実験結果

試験片表面に5mmの亀裂が生じた繰返数をもって破損繰返数とした。

図3・18, 図3・19 および図3・20 はそれぞれMises-Mises, Tresca-Tresca, Tresca-Mises の相当ひずみ範囲を縦軸にとって示した実験結果

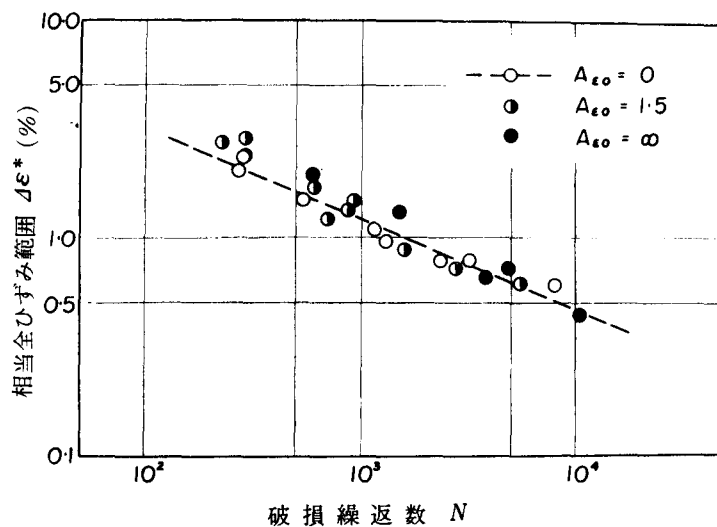


図3・19 Tresca-Tresca型の相当全ひずみ範囲で整理した実験結果

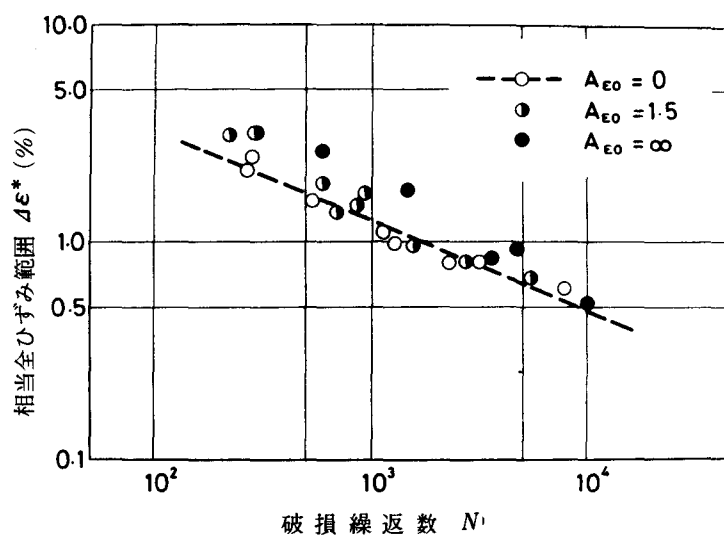


図3・20 Tresca-Mises型の相当全ひずみ範囲で整理した実験結果

であり、図中の○印および破線は  $A_{\varepsilon_0} = 0$  (引張圧縮), ①印は  $A_{\varepsilon_0} = 1.5$  (組合せ), ●印は  $A_{\varepsilon_0} = \infty$  (繰返し捩り) を表わしている。これらの図よりわかるように、多軸応力下の塑性疲労強度は Tresca-Tresca 型の相当ひずみ範囲を用いた場合が単軸応力下の塑性疲労実験結果と最も良好な結果を示すことが明らかである。

#### 4. 多軸応力の繰返しをうける材料の塑性疲労破損

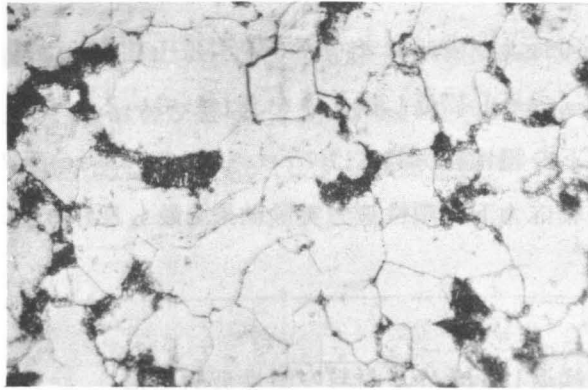
高温における実験はすべて大気中で行なったため、試験片表面が酸化をおこし、微視的な観察が不可能である。したがって、ここでは、室温における実験によって、疲労損傷の繰返し数にともなう進行過程を光学顕微鏡で追跡し、高温における場合の参考に供した。また、高温における実験の巨視的亀裂の伝播方向と位相差の有無の関係を観察し、これを室温におけるものと比較検討した。

##### 4.1 損傷の進行

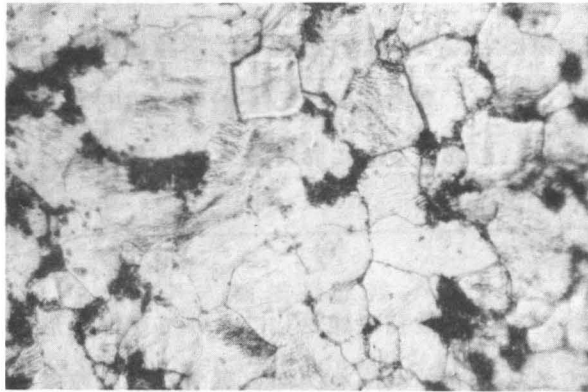
塑性疲労試験においては、最初の繰返しにおいて塑性変形を生ずるため、最大せん断応力方向とすべり方向が優位な関係を有する結晶粒においてすべりを生ずる。その後のひずみの繰返しによって、すべりは発達し試験片表面においてすべり帯として観察されるようになる。また、しだいに他の結晶粒においてもすべり帯がみられるようになり、ついにはすべての結晶粒にすべり帯が生ずる。このような、繰返し数に対するすべり帯の変化の例として引張圧縮の場合を写真3・1に、ねじりの場合を写真3・2に示す。

本実験での種々のひずみ比におけるすべり帯の観察例を写真3・3に示す。写真3・3(a)は引張圧縮 ( $A_{\varepsilon_0} = 0$ ), (b)は組合せ ( $A_{\varepsilon_0} = 1.5$ ) また(c)はねじり ( $A_{\varepsilon_0} = \infty$ ) の場合の例である。それぞれの場合ですべり帯の方向が異なっているが、これは以下に述べるように、最大せん断応力方向の違いによるものと考えられる。

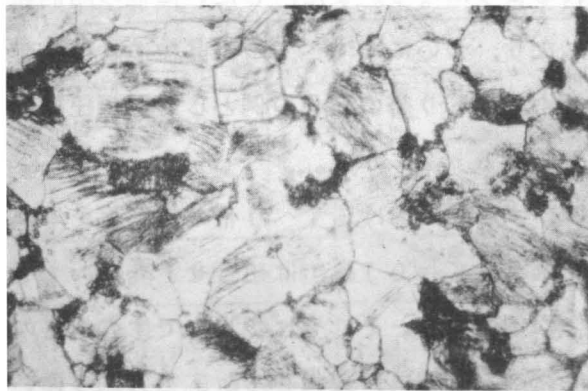
図3・2に示すように、 $z$   $\theta$  面が試験片表面にまた  $z$  軸が試験片軸方向に一致するように直角座標系  $O - \theta \ r \ z$  をとる。このとき、 $r$  軸は試験片半径方向に一致する。引張りとねじりが加わるとき、応力は二軸状態であり、主応力  $\sigma_1$  お



(a)  $n/N = 0.06$



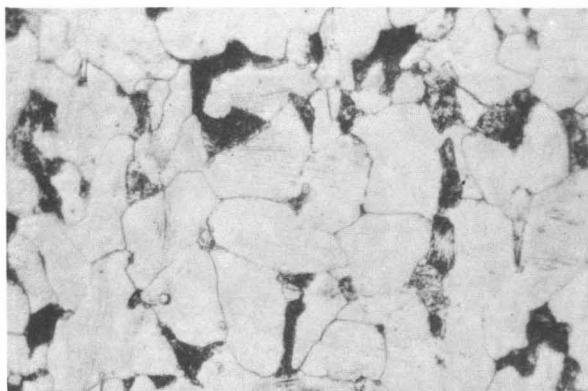
(b)  $n/N = 0.20$



(c)  $n/N = 0.50$

↔ 接線方向

写真3・1 すべり帯の繰返数による変化の例 ( $\times 350$ )  
( $A_{\epsilon 0} = 0$ ,  $N = 8100$ )



(a)  $n/N = 0.06$



(b)  $n/N = 0.14$



(c)  $n/N = 0.39$

←→ 接線方向

写真3・2 すべり帯の繰返数による変化の例 (×350)  
( $A_{\varepsilon 0} = \infty$ ,  $N = 1700$ )

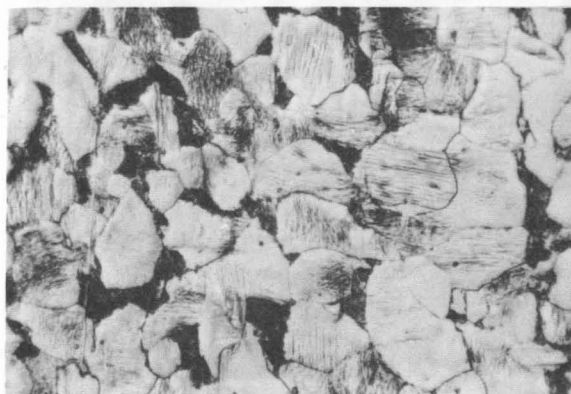




(a)  $A_{\varepsilon 0} = 0$



(b)  $A_{\varepsilon 0} = 1.5$



(c)  $A_{\varepsilon 0} = \infty$

↔ 接線方向

写真 3.3 種々のひずみ比におけるすべり帯 (× 350)

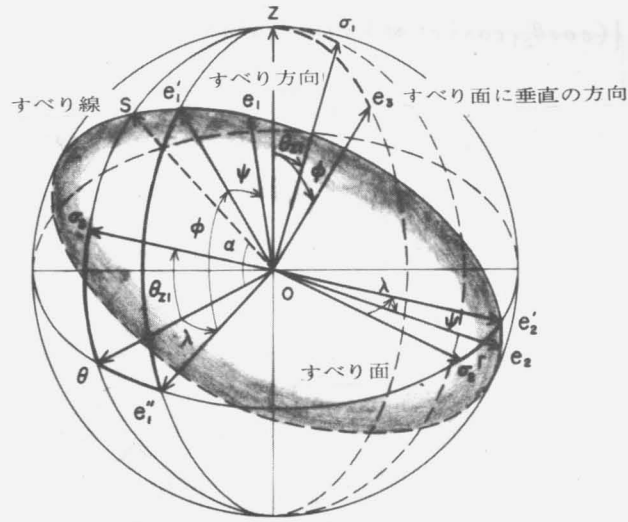


図3.21 すべり面，すべり方向および  
すべり線のオイラー角による  
表示

よび  $\sigma_3$  は試験片表面  $z$  軸にある。 $\sigma_1$  および  $\sigma_3$  の方向は，後述するようにそれぞれ  $z$  軸と式 (3.29) で表わされる角  $\theta_{z1}$  をなし，図 3.21 のように示される。

いま試験片の任意の結晶粒において，一つのすべり面と一つのすべり方向を考える。このすべり面の法線は  $z$  軸に対して任意の方向をとるから， $z$  軸まわりに  $\lambda$  だけ回転した座標系を  $O-e'_1 e'_2 z$  とし，さらに  $e'_2$  軸まわりに  $\phi$  だけ回転させたときの座標系  $O-e'_1 e'_2 e'_3$  の  $e'_3$  軸をすべり面法線とする。また，すべり方向はすべり面  $e'_1 e'_2$  上にあり任意の方向をとるから，座標系  $O-e'_1 e'_2 e'_3$  を  $e'_3$  軸まわりに  $\psi$  だけ回転した座標系  $O-e_1 e_2 e_3$  の  $e_1$  軸をすべり方向とする。

このようなすべり面，すべり方向に主応力  $\sigma_1$  および  $\sigma_3$  によって作用するせん断応力  $\tau'$  は次のように表わされる。

$$\begin{aligned}\tau' &= \sigma_1 \cos(\sigma_1^\wedge e_3) \cos(\sigma_1^\wedge e_1) + \sigma_3 \cos(\sigma_3^\wedge e_3) \cos(\sigma_3^\wedge e_1) \\ &= \sigma_1 (\sin \theta_{z1} \cos \lambda \sin \phi + \cos \theta_{z1} \cos \phi) \\ &\quad \times \{ (-\sin \theta_{z1} \cos \lambda \cos \phi + \cos \theta_{z1} \sin \phi) \cos \psi + \sin \theta_{z1} \sin \lambda \sin \psi \}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sigma_3 (-\cos \theta_{z1} \cos \lambda \sin \phi + \sin \theta_{z1} \cos \phi) \\
& \times \{ (\cos \theta_{z1} \cos \lambda \cos \phi + \sin \theta_{z1} \sin \phi) \cos \psi - \cos \theta_{z1} \sin \lambda \sin \psi \}
\end{aligned}
\tag{3.21}$$

ただし,  $\sigma_i \hat{e}_j$  ( $i, j=1, 3$ ) は  $\sigma_i$  の方向と  $e_j$  の方向とのなす角を表わす。  
軸方向応力  $\sigma$  およびせん断応力  $\tau$  が加えられるとき  $\tau'$  は次のようになる。

$$\tau' = \sigma \sin \phi \cos \phi \cos \psi + \tau (\sin \lambda \cos \phi \sin \psi - \cos \lambda \cos 2\phi \cos \psi)
\tag{3.22}$$

式(3.22)において, 軸方向応力  $\sigma$  のみおよびせん断応力  $\tau$  のみが作用する場合はそれぞれ式(3.23)および式(3.24)となる。

$$\tau' = \sigma \sin \phi \cos \phi \cos \psi
\tag{3.23}$$

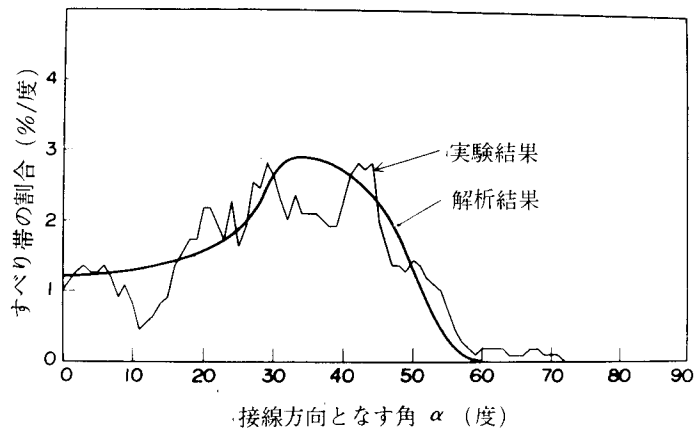
$$\tau' = \tau (\sin \lambda \cos \phi \sin \psi - \cos \lambda \cos 2\phi \cos \psi)
\tag{3.24}$$

すべり線はすべり面と試験片表面との交線として表われるから, 図3.21においてすべり面  $e_1 e_2$  においてすべりが生じる場合, 試験片表面  $z\theta$  との交線  $S$  がすべり線として観察される。すべり線  $S$  と試験片接線方向  $\theta$  とのなす角  $\alpha$  は次式で与えられる。

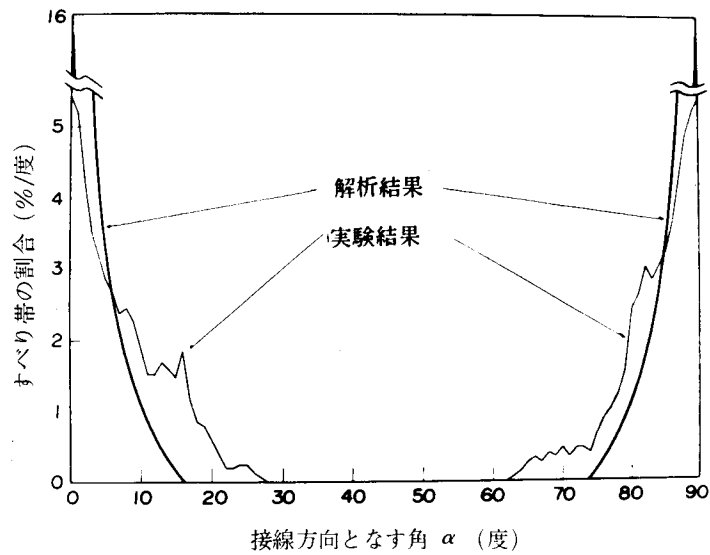
$$\alpha = \tan^{-1} (\cos \lambda \tan \phi)
\tag{3.25}$$

いま結晶粒相互の影響はないものと仮定し, 負荷応力がそのまま結晶粒に作用するものとする。また, 式(3.22)で示される  $\tau'$  の値が, 疲労過程においてすべりが生じる臨界せん断応力以上であれば, そのすべりはおこるものとする。臨界せん断応力を仮定して, 式(3.22)においてとりうる  $\phi, \psi$  および  $\lambda$  の範囲から, 式(3.25)を用いてすべり線の試験片接線方向となす角に対する分布を計算したものを図3.22(a)および(b)の曲線で示す。また, 折線は試験片表面の顕微鏡観察より, すべり帯の試験片接線方向となす角に対する分布を求めた結果である。図3.22(a)は引張圧縮 ( $A_{\epsilon_0} = 0$ ) の場合であり, (b)はねじり ( $A_{\epsilon_0} = \infty$ ) の場合である。結晶粒に実際に作用する応力は負荷応力とは異なるため, 計算値と実験値は完全な一致はしないが, 傾向はかなり良く合致している。したがって, 写真3.3に示されるすべり帯の方向の相違は, それぞれの主応力の方向, すなわち, 最大せん断応力方向が異なるためであるといえることができる。

図3.23よりすべり帯の最も密な方向は, 引張圧縮においては接線方向と



(a)  $A_{\epsilon 0} = 0$



(b)  $A_{\epsilon 0} = \infty$

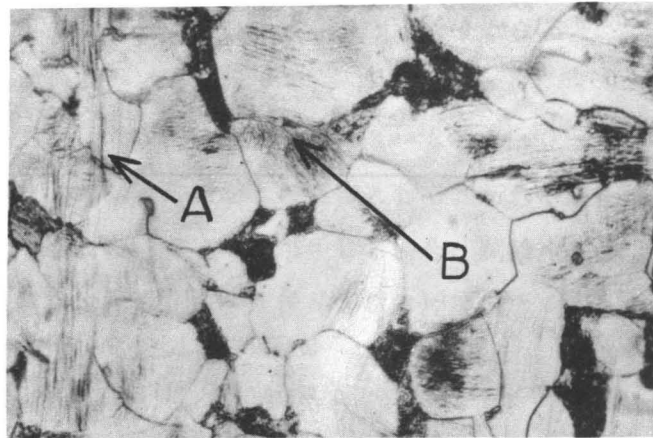
図3・22 すべり帯の分布

30° ~ 45° 傾き、ねじりの場合は接線方向と軸方向に一致することがわかる。  
 また、組合せ応力の場合は引張圧縮とねじりの間になった。これらの方向は、それぞれの応力条件での最大せん断応力方向にほぼ一致する。

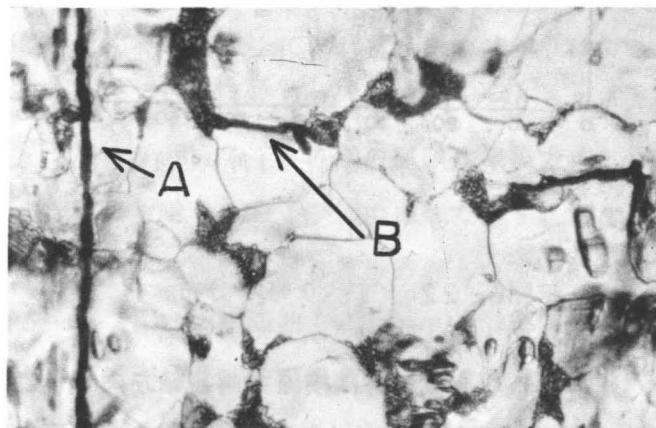
#### 4.2 微視的亀裂の発生と伝播

写真3・1および写真3・2に示したように、繰返し数とともに試験片表面にはすべり帯が発達する。このようなすべり帯が十分発達すると、試験片表面に凹凸の乱れを生じさせる。これは顕微鏡の焦点のずれとして観察されることによって確かめられる。

これらのすべり帯は、先端部の応力集中のため粒界をこえて隣接する結晶粒にもすべりを生じさせる。写真3・4(a)のAはこのようなすべり帯の例である。一



(a) 発達したすべり帯



(b) 表面層を除去して現われた亀裂

↔ 接線方向

写真3・4 発達したすべり帯と微視的亀裂(×450)  
( $A_{\epsilon_0} = \infty$ )

方，隣接する結晶粒の変形が著しく異なる場合には，粒界での変形の不連続のためBの部分のように粒界もき裂発生核となることが予想される。すべり帯の十分発達した表面層を電解研磨で取り除き，腐食して観察したねじりの場合の例を写真3・4(b)に示す。すべり帯の発達によって発達したと考えられる亀裂Aと，粒界近傍の乱れから発生したとみられる亀裂Bがみられる。なお，これらの亀裂はさらに表面を取り除くことによって消滅した。

このようにして発生する亀裂はすべりと密接な関係があるため，発生した亀裂の方向はすべり帯の最も密な方向すなわち最大せん断応力方向に近いようである。また，このような亀裂は一般に破損繰返し数の約20%以下において，試験片表面いたるところに生じており，これらが他の亀裂とつらなって材料を破損に導く巨視的亀裂へと発達するものと考えられる。

#### 4.3 巨視的亀裂の伝播

前述のような過程によって試験片には破損が進み，微視的亀裂が生ずる。これはその後のひずみの繰返しによって巨視的亀裂へ成長する。このような亀裂の進展の方向は巨視的にみた場合以下にのべるように，材料を連続体とみなした応力の方向に依存すると考えてよいのでここで，ここではこのような方向についての解析を行ない実験結果との対応を試みる。軸方向応力 $\sigma$ とせん断応力 $\tau$ が加わるとき，最大主応力は式(3・26)で示される。

$$\sigma_1 = \frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2} \quad (3 \cdot 26)$$

最大せん断応力は，次のようになる。

$$\tau_{max} = \frac{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2} \quad (3 \cdot 27)$$

軸方向ひずみを $\epsilon$ ，せん断ひずみを $\gamma$ とすると，最大主ひずみは，体積一定と仮定し，Misesの流れの法則を用いた場合

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 4\gamma^2}}{4} \quad (3 \cdot 28)$$

この主応力および主ひずみが軸方向となす角を $\theta_{\sigma 1}$ および $\theta_{\epsilon 1}$ とすると

$$\cos \theta_{\sigma 1} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{2\tau}{\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}} \right)^2}} \quad (3.29)$$

$$\cos \theta_{\epsilon 1} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{2\gamma}{3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 4\gamma^2}} \right)^2}} \quad (3.30)$$

で表わされる。

また、最大せん断応力が接線方向となす角  $\alpha$  は

$$\alpha = \theta_{\sigma 1} - \frac{\pi}{4} \quad (3.31)$$

で与えられる。

これらの応力およびひずみは、軸方向応力  $\sigma$  およびせん断応力  $\tau$  が同位相で加えられて、比例負荷とみなせる場合はその方向はその方向は一定であり、大きさのみが変化する。しかしながら位相差をもって加えられるときには大きさ、方向は時間と共に変化する。

図 3・23 および図 3・24 はそれぞれ  $\Delta\sigma = 2.2 \text{ kg/mm}^2$   $\Delta\tau = 14.8 \text{ kg/mm}^2$  および  $\Delta\epsilon = 0.28\%$   $\Delta\gamma = 0.44\%$  の場合の最大主応力最大主ひずみの変化を示すものである。

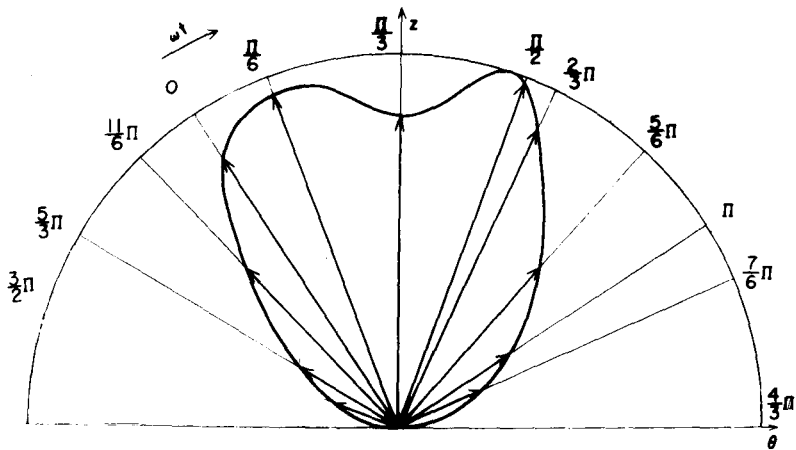


図 3・23 最大主応力の変化

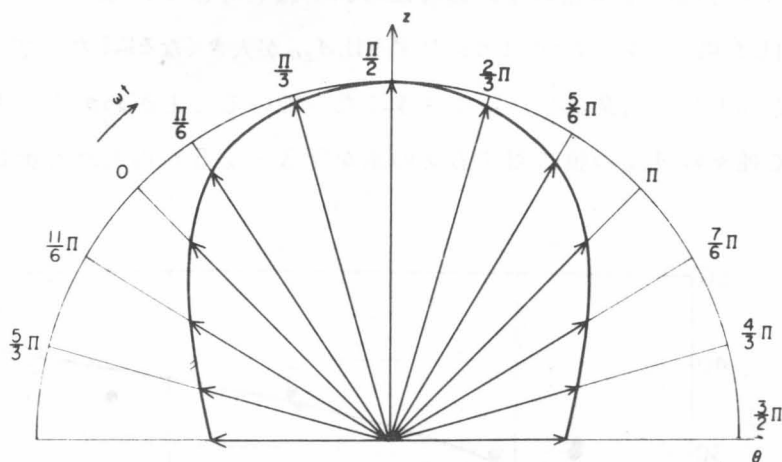
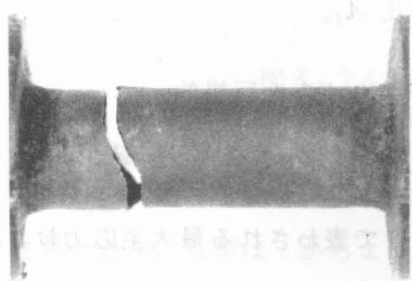


図3・24 最大主ひずみの変化

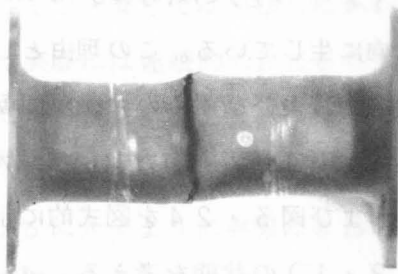
高温における実験においては、応力範囲  $\Delta\sigma$  が急速に低下しはじめると、試験片にはき裂が生じたり、ねじりひずみが大きいときにはねじり座屈を生ずる。このような破損の様相を種々のひずみ比  $A_{\epsilon 0}$  について示したものが写真3・5であ



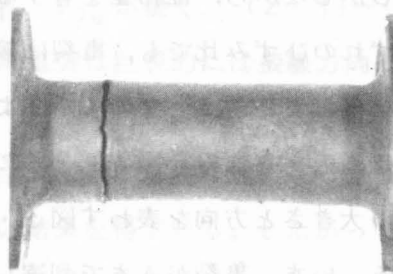
(a)  $\psi = 0$  ,  $A_{\epsilon 0} = 1.3$



(b)  $\psi = 0$  ,  $A_{\epsilon 0} = 4.5$



(c)  $\psi = \pi/2$  ,  $A_{\epsilon 0} = 1.5$



(d)  $\psi = \pi/2$  ,  $A_{\epsilon 0} = 4.3$

写真3・5 破損した試験片



る。写真3・5(a)は位相差のない場合についてねじりひずみ成分が小さく亀裂が生じて破損した場合であり、(b)のようにひずみ比 $A_{\epsilon_0}$ が大きくなるにしたがって、亀裂の方向が接線方向となす角 $\theta$ はしだいに大きくなっていることがわかる。図に示した例も含めて種々の $A_{\epsilon_0}$ の値に対する $\theta$ の値を図3・25の白丸点で示している。

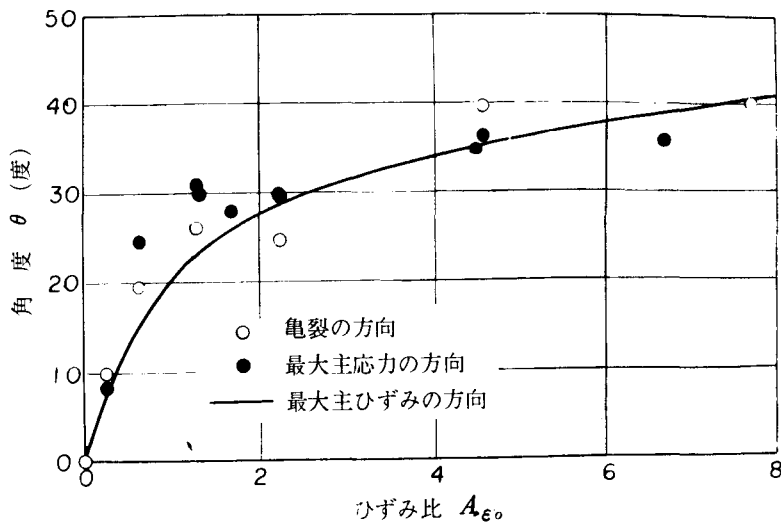


図3・25 主応力および主ひずみと巨視的亀裂の方向

また、式(3・29)および式(3・30)で表わされる最大主応力および最大主ひずみが軸方向となす角度をそれぞれ黒丸点および実線で示す。図から、巨視的亀裂の伝播方向は最大主応力および最大主ひずみに垂直の方向に近いことがわかる。しかしながら、位相差を有する場合( $\psi = \pi/2$ )では、写真3・5(c),(d)のようにいずれのひずみ比でも、亀裂は接線方向に生じている。この理由としては、図3・23および図3・24に示すように応力およびひずみの主軸が回転するためであると考えられる。図3・26において、(1)は最大主応力 $\sigma_1$ と最大主ひずみ $\epsilon_1$ の大きさと方向を表わす図3・23および図3・24を図式的に示したものである。いま、亀裂がAまで到達した(2・1)の状態を考える。 $\sigma_1$ および $\epsilon_1$ が $\sigma_{1a}$ および $\epsilon_{1a}$ の大きさと方向を有していると、亀裂はB'方向に進展しようとする。Bに到達した(2・2)では、 $\sigma_{1b}$ 、 $\epsilon_{1b}$ が作用するからC'方向に

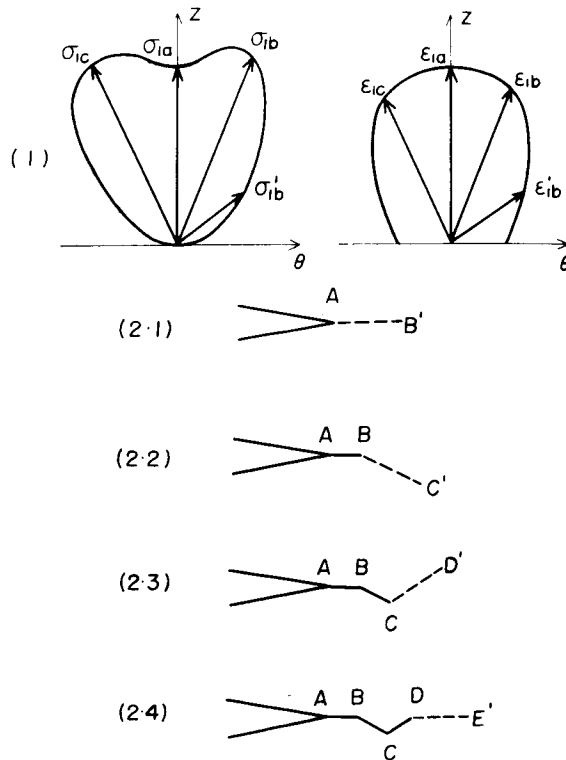


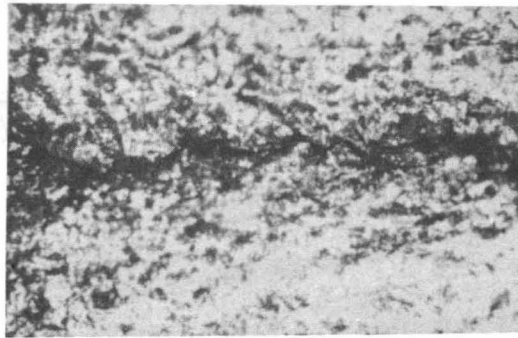
図3・26 位相差を有する場合の  
亀裂伝播のモデル

進もうとする。応力およびひずみの主軸がさらに回転して、 $\sigma'_{1b}$ および $\epsilon'_{1b}$ の方向になったとき、亀裂はcからより軸方向に平行に近い方向に進もうとするが、応力およびひずみの大きさが減少しているのであまり進展しない。半サイクルの後には、亀裂がCまで到達した(2・3)の状態で $\sigma_{1c}$ ,  $\epsilon_{1c}$ が作用し、D'方向に進み、(2・4)では再びDにおいて $\sigma_{1a}$ ,  $\epsilon_{1a}$ が働く。(2・1)~(2・4)の過程は実際には連続的に起こるので、結局亀裂は巨視的には接線方向に進展することになる。

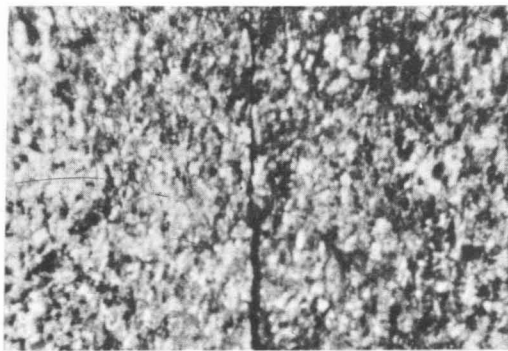
以上では、亀裂が最大主応力または最大主ひずみに垂直に進展すると仮定して、図3・26に示すように実際にきわめて近い結果を得ている。したがって、高温における場合には、位相差のいかにかわからず、亀裂は最大主応力および最大主ひずみに垂直に進展することがわかる。

次に、室温の場合についての結果を示す。試験片表面における亀裂伝播の様子

を写真3・6に示す。写真3・6(a)は引張圧縮 ( $A_{\epsilon o} = 0$ ) の場合であり、(b)はねじり ( $A_{\epsilon o} = \infty$ ) の場合である。(b)には軸方向に伝播した例を示してあるが、



(a)  $A_{\epsilon o} = 0$



(b)  $A_{\epsilon o} = \infty$

↔ 接線方向

### 写真3・6 巨視的亀裂の伝播

接線方向に伝播したものも観察されている。(b)のねじりの場合は微視的にも巨視的にも最大せん断応力方向に伝播している。しかし、(a)の引張圧縮の場合には、微視的亀裂は接線方向と  $30^\circ \sim 45^\circ$  の角度をなして、巨視的には接線方向に伝播しているのがみとめられる。また、組合せ ( $A_{\epsilon o} = 1.5$ ) の場合には、巨視的にも最大せん断応力方向に伝播していた。

これらのことから次のようにいうことができる。すなわち、いずれのひずみ比においても、室温の場合には微視的な亀裂は最大せん断応力方向に伝播する。また、巨視的な亀裂については、ねじりおよび組合せの場合は最大せん断応力方向に伝播するが、引張圧縮の場合には最大主応力方向に垂直に伝播する。

## 5. 結 言

多軸熱応力下の熱疲労の基礎的資料を得るため、本章では、0.16% C炭素鋼を用いて、引張圧縮および繰返し振りが同位相で加えられる場合および位相差をもって加えられる場合の高温における多軸応力下の塑性疲労に関する研究を行った。さらに、亀裂の発生と伝播を詳細に観察するために、室温における実験もあわせて行なった。

まず、多軸応力下の塑性疲労と単軸応力下の塑性疲労強度の相関性について次のような結論が得られた。

(1) 多軸応力下の実験結果を整理するにあたっては相当全ひずみ範囲を用いるのが適当である。この相当全ひずみ範囲としては、Mises-Mises型、Tresca-Mises型、Tresca-Mises型が考えられるが、これらの間の差はわずかであり、高温における実験結果のばらつきと同程度であるため、通常広く用いられているMises-Mises型を採用すればよい。

(2) このようなMises-Mises型の相当全ひずみ範囲を用いると、高温における多軸応力下の塑性疲労強度は、単軸応力下の実験結果から推定することができる。ただし、1サイクル中のひずみが複雑な挙動をするときには、材料に対する損傷およびひずみ履歴を考慮した有効平均ひずみ範囲を用いるとさらに良好な結果が得られる。

(3) 室温における多軸応力下の塑性疲労強度については、Mises-Mises型よりもTresca-Tresca型の相当全ひずみ範囲を用いた方が単軸応力下の塑性疲労実験結果と良く一致する。

また、亀裂の発生と伝播に関しては次のようなことがわかった。

(4) 室温における実験結果から、結晶粒には巨視的な最大せん断応力に一致する方向にすべり帯が生じ、繰返数とともに発達し増加する。亀裂は発達したすべり帯によって粒内に発生するものもあり、隣接する結晶粒の不連続から粒界に生ずる場合もみとめられた。

(5) 室温においては、亀裂は粒内を伝播しており、その方向は最大せん断応力方向に一致する。ただし、引張圧縮のみが加わる場合には、巨視的にみると最大主応力方向に垂直に伝播する。

(6) 高温においては，巨視的亀裂の伝播する方向は，位相差の有無にかかわらず最大主応力に垂直である。

#### 参 考 文 献

1. 平修二，井上達雄，材料 18-186 (昭44) 208
2. 平修二，大南正瑛，井上達雄，金属材料 8-1 (昭43) 43
3. J. H. Gross, S. Tsang and R. D. Stout, Weld J. 32 (1953) 23-S
4. G. Sachs, W. W. Gerberick, V. Weiss and J. V. Latorre, Proc. ASTM 60 (1960) 512
5. 中沢一，木曾弘隆，機械学会論文集 32-235 (昭41) 411
6. C. E. Bowman and J. J. Dolan, Weld J. 32 (1953) 529-S
7. K. D. Ives, L. F. Kooistra and J. J. Tucker, Trans. ASME Ser. D 88 (1966) 745
8. T. Goto, M. S. Thesis, Dept. Mech. Eng. Mech., Pennsylvania State Univ. (1966)
9. 平修二，井上達雄，高橋光夫，機械学会論文集 32-244 (昭41) 1788
10. S. Taira, T. Inoue and M. Takahashi, Proc. 10th Jap. Cong. Test. Mat. (1967) 18
11. 平修二，井上達雄，吉田紀元，機械学会論文集 34-258 (昭43) 255
12. S. Taira, T. Inoue and T. Yoshida, Proc. 11th Jap. Cong. Mat. Res. (1968) 60
13. 平修二，井上達雄，吉田紀元，機械学会論文集 35-271 (昭44) 526
14. S. Taira, T. Inoue and T. Yoshida, Proc. 12th Jap. Cong. Mat. Res. (1969) 50
15. S. S. Manson, NACA TR. 1170 (1954)

## 第4章 弾塑性領域における熱応力

### 1. 緒言

熱応力の問題は、最近の電子計算機の発達と相まって広く研究され、種々の場合について解が求められている。これらは主として熱弾性理論に基づくものであり、実用的には弾性変形や脆性材料の破壊を取扱う場合には有効である。しかしながら、第5章および第6章で述べるように熱疲労の問題を考えるとときには、このような弾性解のみでは不十分なことが多く、熱弾塑性解が必要となる。<sup>(1)(2)</sup>

熱弾塑性論については、Boleyら<sup>(3)</sup>が厳密な塑性力学の方法を用いて詳しく論じて単純な条件に対しては種々の解を与えているが、実用的見地からは広く応用できるとはいいがたい。一方、Mickelら<sup>(4)</sup>、Northcottら<sup>(5)</sup>は、熱疲労への適用にあたって極めて大胆な仮定を用いて温度サイクルをうける材料のヒステリンスループを推定している。また、上田ら<sup>(6)</sup>は力学的状態方程式の概念を用いて、種々の温度における静引張試験の応力・ひずみ線図から図解法によって熱応力を求めるWillhelmら<sup>(7)</sup>の方法を用いているが、これらの方法によっては正確な熱応力解を求めることは極めて困難である。

これに対して、Mansonらによって提案された逐次近似法 (Successive approximation method)<sup>(8)(9)</sup> は温度こう配が一方方向に限られるという欠点を有するが、容易に弾塑性熱応力解を求めることが可能である。また、構造解析におけるマトリックス法を連続体に適用した有限要素法 (Finite element method) は最近の大型電子計算機の発達によって各方面で用いられている。この方法によって、弾性熱応力を扱ったり<sup>(10)(11)</sup>、一般の弾塑性問題を解いた例<sup>(12)(13)</sup> は多いが、両者を組合せて弾塑性熱応力問題を取りあげたものは筆者らの例<sup>(14)</sup>を除いて見当たらない。さらに、粘弾性理論による熱応力解析も広く行なわれているが、弾性解と粘弾性解のアナロジーによる随伴弾性問題 (Associate elastic problem)<sup>(3)(15)(16)</sup> の手法を用いて弾性解から直接粘弾性解を求め、これを近似的に弾塑性領域における解とする方法も極めて有益と考えられる。

そこで、本章では、厚肉中空円筒が半径方向に非定常な温度分布を有する場合

について、これら3種の方法を用いて熱応力を求め、残留応力を Sachs 法および X 線法で測定することによってこれらの方法の妥当性を検討した。<sup>(17)</sup>

## 2. 熱応力の解析

内半径  $r_i$  , 外半径  $r_o$  なる無限に長い中空円筒において、半径方向のみに温度分布のある場合を考える。このとき、Manson の逐次近似法、有限要素法および随伴弾性問題の手法による熱応力は、それぞれ次のようにして求められる。

### 2.1 逐次近似法による弾塑性熱応力

添字  $r$  ,  $\theta$  ,  $z$  でそれぞれ半径方向、接線方向、軸方向を表わすものとする、応力の平衡条件および、ひずみの適合条件は、それぞれ次式で与えられる。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_r - \varepsilon_\theta = r \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} \quad (4.2)$$

一方、塑性ひずみ成分  $\varepsilon_{rp}$  ,  $\varepsilon_{\theta p}$  ,  $\varepsilon_{zp}$  を含む応力-ひずみの関係は

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z - 3\alpha T) + 2\mu(\varepsilon_r - \alpha T - \varepsilon_{rp}) \\ \sigma_\theta &= \lambda(\varepsilon_\theta + \varepsilon_z + \varepsilon_r - 3\alpha T) + 2\mu(\varepsilon_\theta - \alpha T - \varepsilon_{\theta p}) \\ \sigma_z &= \lambda(\varepsilon_z + \varepsilon_r + \varepsilon_\theta - 3\alpha T) + 2\mu(\varepsilon_z - \alpha T - \varepsilon_{zp}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

となる。ここで、 $T$  は温度、 $\alpha$  は線膨脹係数である。また、 $\lambda$  および  $\mu$  は Lamé の定数で、 $E$  を弾性係数、 $\nu$  をポアソン比とすると

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.4)$$

である。

式(4.3)を式(4.1)に代入し、式(4.2)を用いて  $\varepsilon_r$  を消去し、体積一定の条件および平面ひずみの条件を用いると、接線方向ひずみ  $\varepsilon_\theta$  は次式で与えられる。

$$\varepsilon_\theta = \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_{r_i}^r \alpha T r dr + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \frac{1}{r^2} \int_{r_i}^r (\varepsilon_{\theta p} + \varepsilon_{rp}) r dr$$

$$+ \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \int_{r_i}^r \frac{\varepsilon_{\theta p} - \varepsilon_{r p}}{r} dr + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \quad (4 \cdot 5)$$

ここに、 $C_1$ および $C_2$ は積分定数である。式(4・5)および式(4・2)より半径方向ひずみ $\varepsilon_r$ は

$$\begin{aligned} \varepsilon_r = & -\varepsilon_{\theta} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha T + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \varepsilon_{r p} \\ & + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \int_{r_i}^r \frac{\varepsilon_{\theta p} - \varepsilon_{r p}}{r} dr + C_1 \end{aligned} \quad (4 \cdot 6)$$

となる。また、軸方向ひずみ $\varepsilon_z$ は、力のつりあいの条件

$$\int_{r_i}^{r_o} \sigma_z r dr = 0 \quad (4 \cdot 7)$$

から求められる。

$$\varepsilon_z = \frac{2}{1 - \frac{r_i^2}{r_o^2}} \left[ \frac{1}{r_o^2} \int_{r_i}^{r_o} \alpha T r dr - \frac{1}{r_o^2} \int_{r_i}^{r_o} (\varepsilon_{\theta p} + \varepsilon_{r p}) r dr \right] \quad (4 \cdot 8)$$

式(4・5)および式(4・6)式における積分定数は

$$(\sigma_r)_{r=r_i} = 0, \quad (\sigma_r)_{r=r_o} = 0 \quad (4 \cdot 9)$$

なる境界条件から求められて次のようになる。

$$\begin{aligned} C_1 = & \frac{2}{1 - \frac{r_i^2}{r_o^2}} \left[ \frac{1-3\nu}{1-\nu} \frac{1}{r_o^2} \int_{r_i}^{r_o} \alpha T r dr + \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{1}{r_o^2} \int_{r_i}^{r_o} (\varepsilon_{\theta p} + \varepsilon_{r p}) r dr \right. \\ & \left. - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \int_{r_i}^{r_o} \frac{\varepsilon_{\theta p} - \varepsilon_{r p}}{r} dr \right] \\ C_2 = & \frac{2}{1 - \frac{r_i^2}{r_o^2}} \left[ \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{1}{r_o^2} \int_{r_i}^{r_o} \alpha T r dr + \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{1}{r_o^2} \int_{r_i}^{r_o} (\varepsilon_{\theta p} + \varepsilon_{r p}) r dr \right. \end{aligned}$$



$$- \frac{1}{2(1-\nu)} \left( \frac{r_0}{r_i} \frac{\epsilon_{\theta p} - \epsilon_{r p}}{r} dr \right) \quad (4 \cdot 10)$$

これらの式を用いて熱ひずみ・熱応力を求める場合、塑性ひずみ成分  $\epsilon_{r p}$  ,  $\epsilon_{\theta p}$  を知る必要がある。Mises の流れの法則

$$\frac{\epsilon_r - \epsilon_{\theta}}{\sigma_r - \sigma_z} = \frac{\epsilon_{\theta} - \epsilon_z}{\sigma_{\theta} - \sigma_z} = \frac{\epsilon_z - \epsilon_r}{\sigma_z - \sigma_r} = K_1 \quad (4 \cdot 11)$$

に式(4・3)の応力ひずみの関係を代入すると

$$\frac{\epsilon_{r p} - \epsilon_{\theta p}}{\sigma_r - \sigma_{\theta}} = \frac{\epsilon_{\theta p} - \epsilon_{z p}}{\sigma_{\theta} - \sigma_z} = \frac{\epsilon_{z p} - \epsilon_{r p}}{\sigma_z - \sigma_r} = K_2 \quad (4 \cdot 12)$$

となる。ここで、Mises の相当応力  $\sigma^*$  , 相当全ひずみ  $\epsilon^*$  および相当塑性ひずみ  $\epsilon_p^*$  を用いると

$$K_1 = \frac{3}{2} \frac{\epsilon^*}{\sigma^*}, \quad K_2 = \frac{3}{2} \frac{\epsilon_p^*}{\sigma^*} \quad (4 \cdot 13)$$

となるから、体積一定の条件を用いると塑性ひずみ成分は次式によって求められる。

$$\begin{aligned} \epsilon_{r p} &= \frac{1}{3} \frac{\epsilon_p^*}{\epsilon^*} (2\epsilon_r - \epsilon_{\theta} - \epsilon_z) \\ \epsilon_{\theta p} &= \frac{1}{3} \frac{\epsilon_p^*}{\epsilon^*} (2\epsilon_{\theta} - \epsilon_r - \epsilon_z) \end{aligned} \quad (4 \cdot 14)$$

式(4・5), 式(4・6), 式(4・8)および式(4・14)によって熱ひずみを求める場合、まず  $\epsilon_{r p} = \epsilon_{\theta p} = 0$  とおいて弾性計算による  $\epsilon_r, \epsilon_{\theta}, \epsilon_z$  を求め、次に高温における引張試験の結果から、この場合の相当全ひずみ  $\epsilon^*$  に対する相当塑性ひずみ  $\epsilon_p^*$  を求める。これを式(4・14)に適用して決定した  $\epsilon_{r p}, \epsilon_{\theta p}$  をふたたび式(4・5), 式(4・6), 式(4・8) に代入して新しいひずみを求める。この操作を繰り返して行なって、ひずみが充分収束したならば、それを求めるひずみとする。この場合の応力は、式(4・3)によって求められる。

## 2.2 有限要素法による弾塑性熱応力

円筒座標  $(r, \theta, z)$  において,  $r$  方向および  $z$  方向の変位をそれぞれ  $u, v$  とし, 力を  $R, Z$  とする。一要素内において, 変位は座標の一次関数と仮定し, 図4・1のような三角形断面をもつリング

要素を用いる。一要素の頂点の変位

$$(\{u\}^e)^t = (u_i \ v_i \ u_j \ v_j \ u_k \ v_k)$$

と頂点に作用する力

$$(\{L\}^e)^t = (R_i \ Z_i \ R_j \ Z_j \ R_k \ Z_k)$$

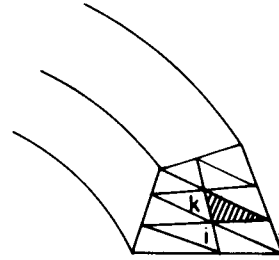
との関係を表わす要素の弾塑性剛性マトリックス (Elasto-plastic stiffness matrix) は次のようになる。

$$[K]^e = [A]^t \int ([B]^t [D] [B]) d(vol) [A] \quad (4 \cdot 15)$$

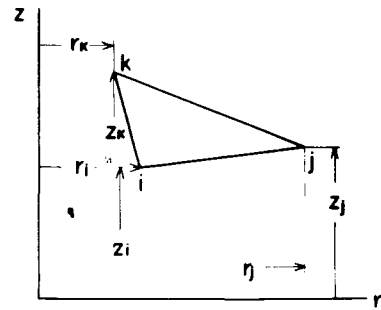
ただし,

$$[A] = \begin{pmatrix} 1 & r_i & z_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & r_i & z_i \\ 1 & r_j & z_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & r_j & z_j \\ 1 & r_k & z_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & r_k & z_k \end{pmatrix}^{-1} \quad (4 \cdot 16)$$

$$[B] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{r} & 1 & \frac{z}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4 \cdot 17)$$



(a)



(b)

図4・1 回転体における三角形要素

$$[D] = 2G \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} - \frac{\sigma_r'^2}{S} & & & \\ \frac{\nu}{1-2\nu} - \frac{\sigma_r' \sigma_z'}{S} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} - \frac{\sigma_z'^2}{S} & & \\ \frac{\nu}{1-2\nu} - \frac{\sigma_r' \sigma_\theta'}{S} & \frac{\nu}{1-2\nu} - \frac{\sigma_z' \sigma_\theta'}{S} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} - \frac{\sigma_\theta'^2}{S} & \\ -\frac{\sigma_r' \tau_{rz}}{S} & -\frac{\sigma_z' \tau_{rz}}{S} & -\frac{\sigma_\theta' \tau_{rz}}{S} & \frac{1}{2} - \frac{\tau_{rz}^2}{S} \end{bmatrix} \quad \text{SYM} \quad (4 \cdot 18)$$

$$S = \frac{2}{3} \sigma^{*2} \left( 1 + \frac{H'}{3G} \right) \quad (4 \cdot 19)$$

ここで、 $G$ 、 $H'$ はせん断弾性係数および加工硬化係数であり、式(4・18)は応力およびひずみの偏差成分 $\sigma'_{ij}$ 、 $\epsilon'_{ij}$ に関するPrandtl-Reussの関係

$$\begin{aligned} d\epsilon'_{ij} &= \sigma'_{ij} d\lambda + d\sigma'_{ij} / 2G \\ d\lambda &= 3d\sigma^* / 2\sigma^* H' \end{aligned} \quad (4 \cdot 20)$$

を用いて導かれるものである。

式(4・17)の $[B]$ には座標 $r$ 、 $z$ が含まれており、式(4・15)の積分は要素内の体積積分を意味するが、ここでは近似的に $r$ 、 $z$ として重心における値を代入し、体積積分の代りに要素の体積を乗じた。このようにして求めた一要素の剛性マトリックスを重畳することによって、連続体全体の剛性マトリックス $[K]$ が作られる。これらを用いると、連続体全体に作用する荷重増分 $\{\Delta L\}$ と変位増分 $\{\Delta u\}$ は次式の関係有する。

$$\{\Delta L\} = [K] \{\Delta u\} \quad (4 \cdot 21)$$

これは、多元連立一次方程式であるがこれを解くことによって $\{\Delta u\}$ 、したがって、ひずみ・応力の増分を求めることができる。

熱応力問題では式(4・21)の荷重増分 $\{\Delta L\}$ として、次の熱荷重マトリックスを用いる。

$$\{\Delta L\}_{th} = [A]^t \int ([B]^t [D] \{\alpha\} \Delta T_e) d(vol) \quad (4 \cdot 22)$$

ただし、 $\{\alpha\}^t = (\alpha, \alpha, \alpha, 0)$ であり $\alpha$ は線膨張係数である。式(4・21)を解いて得られた $\{\Delta u\}$ から一要素内のひずみ $(\{\varepsilon\}^e)^t = (\varepsilon_r, \varepsilon_z, \varepsilon_\theta, \tau_{rz})$ および応力 $(\{\sigma\}^e)^t = (\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \tau_{rz})$ を求めるには、その要素に関連する6個の変位増分 $\{\Delta u\}^e$ を選び出し

$$\{\Delta \varepsilon\}^e = [B] [A] \{\Delta u\}^e, \quad \{\varepsilon\}^e = \sum \{\Delta \varepsilon\}^e \quad (4 \cdot 23)$$

$$\{\Delta \sigma\}^e = [D] (\{\Delta \varepsilon\}^e - \Delta T_e \{\alpha\}), \quad \{\sigma\}^e = \sum \{\Delta \sigma\}^e \quad (4 \cdot 24)$$

によって計算を行なう。

有限要素法におけるひずみ増分による計算を行なうには、荷重ここでは温度を漸増させる方法と要素を1個ずつ降伏させる方法があるが、ここでは前者の手法を採用することにする。すなわち、要素が弾性域にあるときには、式(4・18)の中の $\sigma'_{ij}$ を含む項を0とおいた弾性体の剛性マトリックスを用い、荷重を増加して、要素が降伏点に達したならば、それ以後は式(4・18)をそのまま用いればよい。

### 2.3 随伴弾性問題の手法による粘弾性熱応力

一般に、線型粘弾性体の応力-ひずみ関係は

$$P \sigma'_{ij} = Q \varepsilon'_{ij} \quad (4 \cdot 25)$$

で与えられる。ここに、 $\sigma'_{ij}$ および $\varepsilon'_{ij}$ はそれぞれ応力およびひずみの偏差成分であり、

$$\begin{aligned} \sigma'_{ij} &= \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma, & \sigma &= \frac{1}{3} \sigma_{ii} \\ \varepsilon'_{ij} &= \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \varepsilon, & \varepsilon &= \frac{1}{3} \varepsilon_{ii} \end{aligned} \quad (4 \cdot 26)$$

と表わされる。また、 $P$ および $Q$ は次のような微分演算子である。

$$\begin{aligned} P &= a_m \frac{\partial^m}{\partial t^m} + a_{m-1} \frac{\partial^{m-1}}{\partial t^{m-1}} + \cdots + a_1 \frac{\partial}{\partial t} + a_0 \\ Q &= b_n \frac{\partial^n}{\partial t^n} + b_{n-1} \frac{\partial^{n-1}}{\partial t^{n-1}} + \cdots + b_1 \frac{\partial}{\partial t} + b_0 \end{aligned} \quad (4 \cdot 27)$$

ところで、熱応力問題では

$$\sigma = 3 k \varepsilon - 3 k \alpha T, \quad k = \lambda - \frac{2}{3} \mu \quad (4 \cdot 28)$$

であるから、式(4・28)を式(4・25)に代入することによって、応力-ひずみの関係として、

$$P\sigma_{ij} = Q\varepsilon_{ij} + (kP - Q/3)\delta_{ij}\varepsilon_{kk} - 3k\alpha\delta_{ij}PT \quad (4 \cdot 29)$$

を得る。

一方、応力の平衡条件および境界条件は、

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (4 \cdot 30)$$

$$(\sigma_{ij})n_i = 0 \quad (4 \cdot 31)$$

であるから、式(4・29)をこれらに適用すると

$$Q\varepsilon_{ij,j} + [(kP - Q/3)\varepsilon_{kk} - 3k\alpha PT]_{,i} = 0 \quad (4 \cdot 32)$$

$$\{Q\varepsilon_{ij} + \delta_{ij}[(kP - Q/3)\varepsilon_{kk} - 3k\alpha PT]\}n_j = 0 \quad (4 \cdot 33)$$

となる。まったく同様に、弾性体に対しても応力-ひずみの関係、応力の平衡条件および境界条件は次のようになる。

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}\varepsilon_{kk} - 3k\alpha\delta_{ij}T \quad (4 \cdot 34)$$

$$2\mu\varepsilon_{ij,j} + (\lambda\varepsilon_{kk} - 3k\alpha T)_{,i} = 0 \quad (4 \cdot 35)$$

$$\{2\mu\varepsilon_{ij} + \delta_{ij}(\lambda\varepsilon_{kk} - 3k\alpha T)\}n_j = 0 \quad (4 \cdot 36)$$

式(4・29)および式(4・32)~(4・36)にラプラス変換を行ない、これに-印を付すと、応力・ひずみの関係、応力の平衡条件および境界条件は、粘弾性体に対して

$$\bar{P}\bar{\sigma}_{ij} = \bar{Q}\bar{\varepsilon}_{ij} + (k\bar{P} - \bar{Q}/3)\delta_{ij}\bar{\varepsilon}_{kk} - 3k\alpha\delta_{ij}\bar{P}\bar{T} \quad (4 \cdot 37)$$

$$\bar{Q}\bar{\varepsilon}_{ij,j} + [(k\bar{P} - \bar{Q}/3)\bar{\varepsilon}_{kk} - 3k\alpha\bar{P}\bar{T}]_{,i} = 0 \quad (4 \cdot 38)$$

$$\{\bar{Q}\bar{\varepsilon}_{ij} + \delta_{ij}[(k\bar{P} - \bar{Q}/3)\bar{\varepsilon}_{kk} - 3k\alpha\bar{P}\bar{T}]\}n_i = 0 \quad (4 \cdot 39)$$

となり、同様に弾性体に対して

$$\bar{\sigma}_{ij} = 2\mu\bar{\varepsilon}_{ij} + \lambda\delta_{ij}\bar{\varepsilon}_{kk} - 3k\alpha\delta_{ij}\bar{T} = 0 \quad (4 \cdot 40)$$

$$2\mu\bar{\varepsilon}_{ij,j} + (\lambda\bar{\varepsilon}_{kk} - 3k\alpha\bar{T})_{,i} = 0 \quad (4 \cdot 41)$$

$$\{2\mu\bar{\varepsilon}_{ij} + \delta_{ij}(\lambda\bar{\varepsilon}_{kk} - 3k\alpha\bar{T})\}n_i = 0 \quad (4 \cdot 42)$$

となる。式(4・37)～(4・39)と式(4・40)～(4・42)を比較してみると、弾性体における関係式の $\mu$ および $\lambda$ の代わりに

$$\begin{aligned}\mu_v &= \frac{1}{2} \frac{\bar{Q}}{\bar{P}} \\ \lambda_v &= k - \frac{\bar{Q}}{3\bar{P}} = \lambda - \frac{2}{3}(\mu - \mu_v)\end{aligned}\quad (4 \cdot 43)$$

を代入すると粘弾性体の関係に帰着することがわかる。このように、弾性解をラプラス変換したものに、式(4・43)の置き換えを行なうとラプラス変換を行なった粘弾性解が得られることがわかる。

本研究では、金属材料をいわゆる標準線型体として取り扱うことにする。このとき式(4・27)は

$$\begin{aligned}P &= \frac{1}{2\mu} \frac{d}{dt} + \frac{1}{2\eta} \\ Q &= \frac{d}{dt} + \zeta\end{aligned}\quad (4 \cdot 44)$$

となる。ここに、 $\eta$ および $\zeta$ は後述する方法によって求める粘性を表わす定数である。いま、中空円筒の熱弾性解は式(4・3)、式(4・5)、式(4・6)、式(4・8)において $\varepsilon_{rp} = \varepsilon_{\theta p} = 0$ とおいたものである。このようにして求めた弾性応力を $\sigma_{\theta e}$ 、 $\sigma_{re}$ 、 $\sigma_{ze}$ とすると、上の考え方に従って、粘弾性解は次のように与えられる。

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta} &= \sigma_{\theta e} - (\xi - \zeta) \int_0^t e^{-\xi(t-\tau)} \sigma_{\theta e} d\tau \\ \sigma_r &= \sigma_{re} - (\xi - \zeta) \int_0^t e^{-\xi(t-\tau)} \sigma_{re} d\tau \\ \sigma_z &= \sigma_{ze} - (\xi - \zeta) \int_0^t e^{-\xi(t-\tau)} \sigma_{ze} d\tau\end{aligned}\quad (4 \cdot 45)$$

$$\xi = \frac{(\lambda + \frac{2}{3}\mu) \frac{1}{\eta} + \frac{4}{3}\zeta}{(\lambda + \frac{2}{3}\mu) \frac{1}{\mu} + \frac{4}{3}}\quad (4 \cdot 46)$$

ここで、粘弾性体における定数 $\eta$ および $\zeta$ を求める必要がある。これにはクリープ、リラクセーション、振動法によるものなどがあるが、ここでは、一定応力下の単軸クリープ試験によって求めることにする。式(4・44)のような標準線型体では、 $\sigma = 0$ とするときクリープ曲線は

$$\epsilon = \frac{\sigma}{3\eta\zeta} (1 - e^{-\zeta t}) \quad (4 \cdot 47)$$

で与えられる。したがって、クリープ曲線を式(4・47)で近似させて定数 $\eta$ および $\zeta$ を求めればよい。

### 3. 解析結果，実験結果および考察

本研究の解析および実験に用いた材料は0.16C低炭素鋼(S15C)であって、その化学成分および各温度における機械的性質を表4・1(a)および(b)に示す。

表4・1 供試材料の化学成分および機械的性質

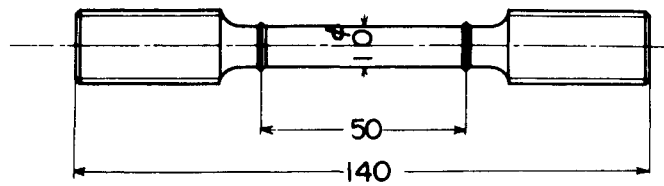
#### (a) 化学成分(%)

C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	Mo
0.16	0.23	0.48	0.017	0.026	0.07	0.01	0.02	0.01

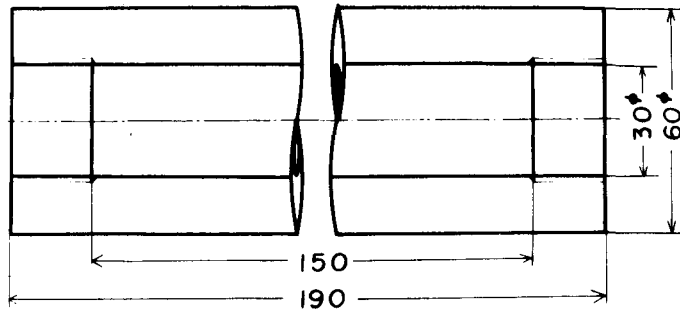
#### (b) 機械的性質

温 度 ( $^{\circ}\text{C}$ )	上降伏点 ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ )	下降伏点 ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ )	0.2%耐力 ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ )	引張強さ ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ )	伸 び (%)	絞 り (%)
20	29.3	25.5	—	42.9	38	60
300	—	—	14.3	38.9	30	61
350	—	—	13.0	38.6	34	66
450	—	—	12.3	29.6	42	76
550	—	—	8.4	18.4	40	85

図4・2は実験に用いた試験片の寸法形状を示すものであって、(a)は高温における引張試験およびクリープ試験、(b)は残留応力を測定するための実験に用いたものである。試験片は、いずれも加工後 $900^{\circ}\text{C} \times 1\text{hr}$ の真空焼なましを行なった。



(a) 引張りおよびクリープ試験片



(b) 厚肉中空円筒試験片

図 4・2 試 験 片

### 3.1 諸定数の決定

前節で述べたように、逐次近似法、有限要素法および粘弾性理論によって熱応力の計算を行なう場合、材料固有の種々の定数を決める必要がある。

まず、2.1 および 2.2 で述べた逐次近似法および有限要素法による場合、降伏後の負荷経路に対応する関係は、それぞれ式(4・14)および式(4・19)の加工硬化係数 $H'$ で与えられる。これらは、それぞれ種々の温度における引張試験結果から求めた。すなわち、図 4・3 に一例を示すような引張試験における応力・ひずみ線図から塑性領域における傾きを求め $H'$ とし、また、これから全ひずみ $\epsilon$ に対する $\epsilon_p$ を求めて式(4・14)における $\epsilon^*$ および $\epsilon_p^*$ を得た。図 4・4 は $450^{\circ}\text{C}$ と $350^{\circ}\text{C}$ における例を示す。ここで、ひずみ速度はいつでも $0.2\%/min$ であり、 $H'$ および $\epsilon^*$ に対する $\epsilon_p^*$ の関係の温度による差異はわずかである。また、弾性係数 $E$ およびポアソン比 $\nu$ は、ほぼ同じ成分を有する材料の値を文献から求<sup>(18)</sup>



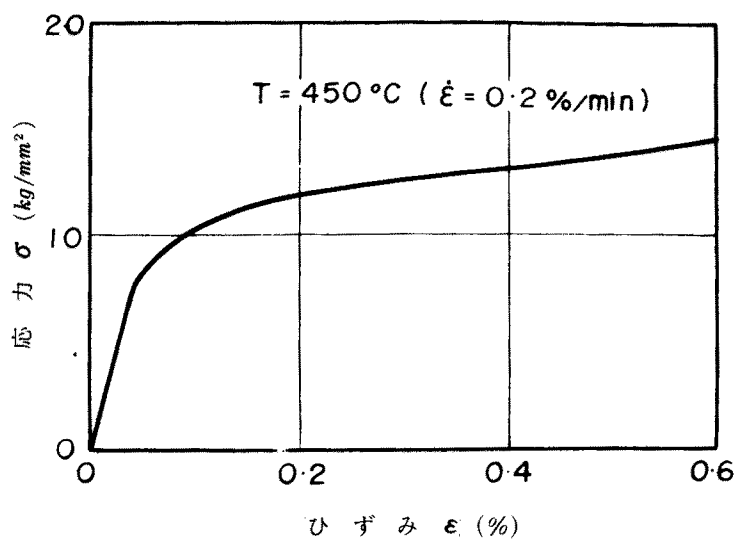


図 4・3 高温引張試験の例

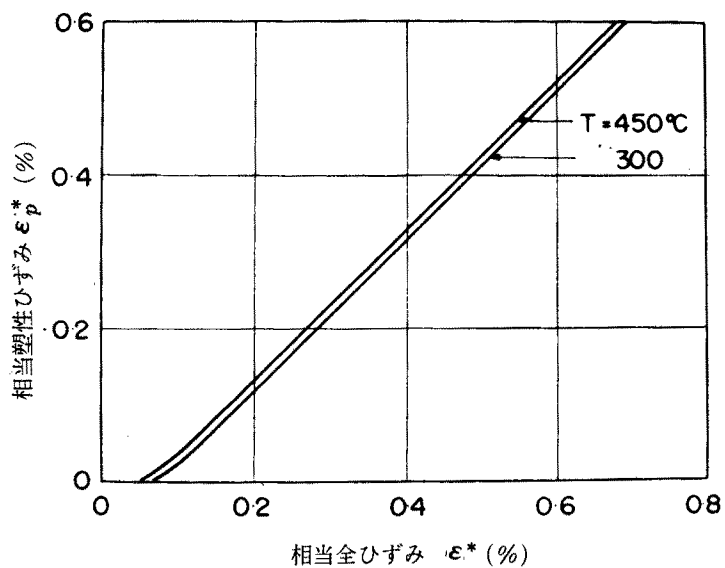


図 4・4 相当全ひずみと相当塑性ひずみの関係

めた。

次に、粘弾性理論によって計算を行なう場合も上と同様に応力-ひずみの関係を表わす式(4.44)の $\eta$ および $\zeta$ の値をあらかじめ知る必要がある。前述した

ように、本研究において単軸応力下のクリープ曲線からこれを決定することにする。粘性の小さい金属材料の場合の粘弾性挙動はきわめて短時間に起こると考えられるので、クリープにおける初期の挙動に注目してこれらの定数を求めた。実験はインストロン型試験機に自動負荷制御装置を取り付けて、所定の応力までなるべく早い速度で負荷する。その後は $\pm 2\%$ の精度で一定応力に保たれる。このとき、初期の非定常は応力が生ずる時間は $1 \sim 2 \text{ sec}$ である。図4・5の実線は、

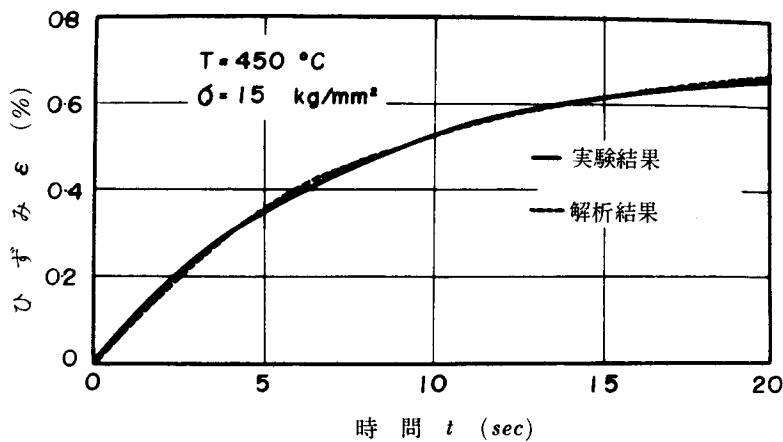


図4・5 クリープ曲線の例

このようにして求めた $450^{\circ}\text{C}$ における応力 $\sigma = 15 \text{ kg/mm}^2$ の場合のクリープ曲線の一例である。各温度における同様のクリープ曲線から式(4・47)を用いて求めた $\eta$ および $\zeta$ の値を図4・6および図4・7に示す。ここで、図4・6および図4・7の白丸点、黒丸点および半黒丸点で示す応力の依存性は、実験のばらつきに含まれるので、これを無視する。一般に、粘性係数 $\eta$ は

$$\eta = C_0 e^{C_1/T} \quad (T: ^{\circ}\text{K}) \quad (4.48)$$

と表わすことができるが、図4・6の曲線は式(4・48)において $C_0 = 4.46 \text{ kg/mm}^2 \cdot \text{sec}$ 、 $C_1 = 4750^{\circ}\text{K}$ として表わしたものである。このようにして求めた $\eta$ および $\zeta$ の値を用て、式(4・47)の曲線を描くと図4・5の破線のようになり、実験結果と良好な一致を示すので、図4・6および図4・7の値は妥当なものであることがわかる。

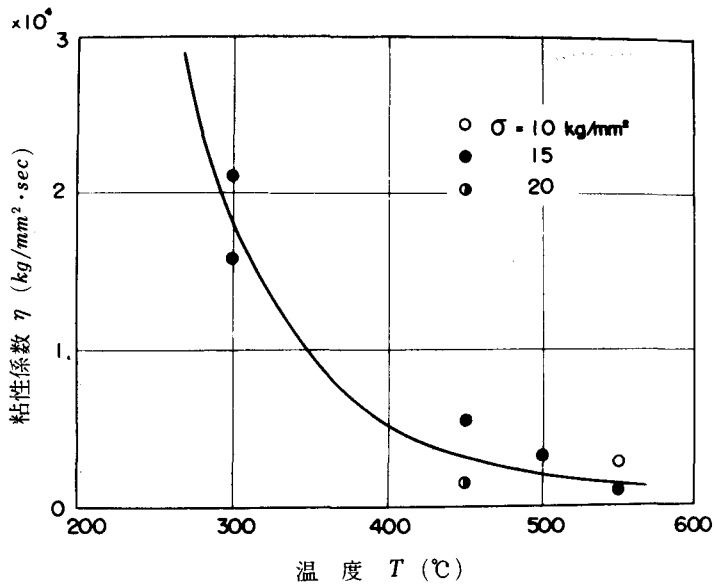


図 4・6  $\eta$  の温度依存性

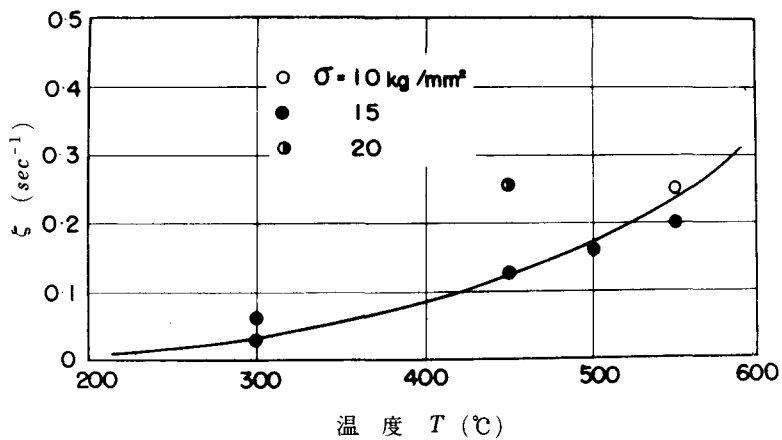


図 4・7  $\zeta$  の温度依存性

### 3.2 解析結果

3.1で求めた諸定数を用いて、ここでは、内半径  $r_i$ 、外半径  $r_o$  の無限に長い中空円筒の弾塑性領域における熱応力を、逐次近似法、有限要素法および粘弾性法で求めることにする。温度分布は次に示すように、初期温度一定で、外表面断

熱，内表面から一定の温度の冷媒によって冷却される場合である。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r}, \quad a = \frac{k}{\rho c} \quad (4.49)$$

初期条件  $t = 0 ; \quad T = T_0$

$$r = r_i ; \quad -\frac{\partial T}{\partial r} = -\beta (T - T_g)$$

$$r = r_o ; \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

ここに， $k$ ：熱伝導率， $\rho$ ：比重， $c$ ：比熱， $t$ ：冷却開始後の時間であり， $\beta (= hr_i/k)$ は無次元化した熱伝達係数 (Biot modulus)， $h$ は熱伝達係数である。式(4.49)の厳密解はかなり複雑なものになるため，差分方程式による近似解を用いた。

次に，このような温度分布に対して，逐次近似法によって計算を行なう。すなわち式(4.5)，式(4.6)，式(4.8)において $\epsilon_{rp} = \epsilon_{\theta p} = 0$ として弾性解を求め，これから式(4.14)および図4.4によって $\epsilon_{rp}$ ， $\epsilon_{\theta p}$ を決定する。これをふたたびはじめの式に代入して，応力およびひずみが充分収束するまでこれを繰り返す。図4.8はこのような逐次近似の過程を応力で表わしたものであって，5回以上の繰り返しで充分収束することがわかる。

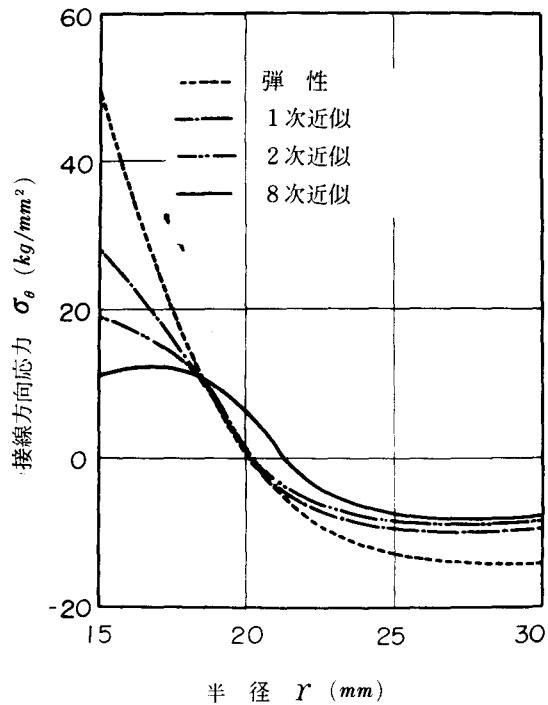


図4.8 逐次近似法による熱応力の計算過程

有限要素法によって計算を行なうにあたっては，図4.9に示すように円筒を三角形リングに区切って計算を行なった。図4.9(a)は粗い要素，(b)は細い要素

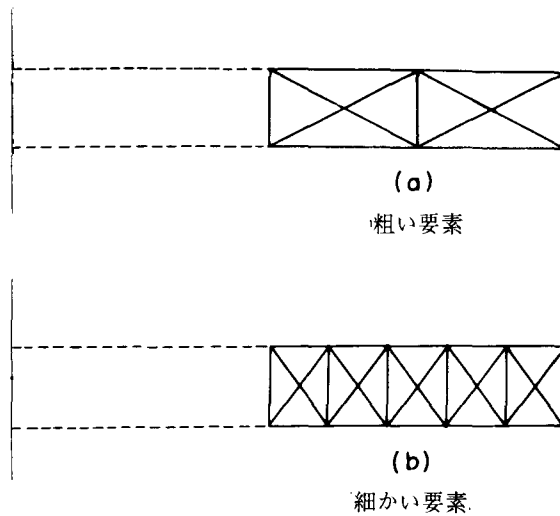
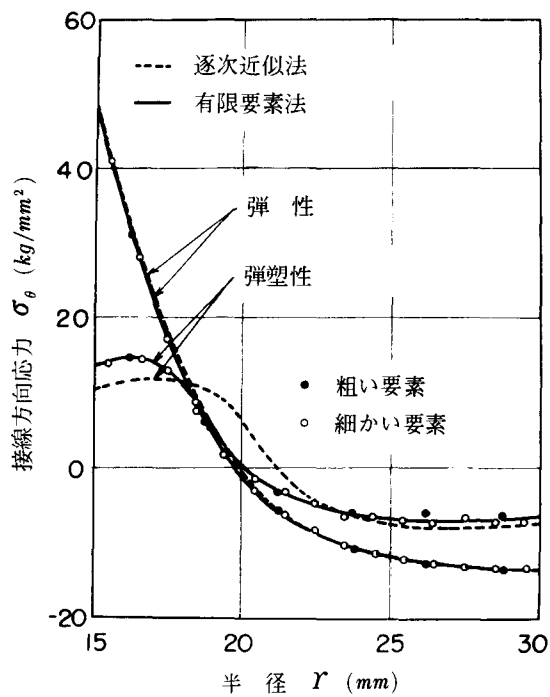
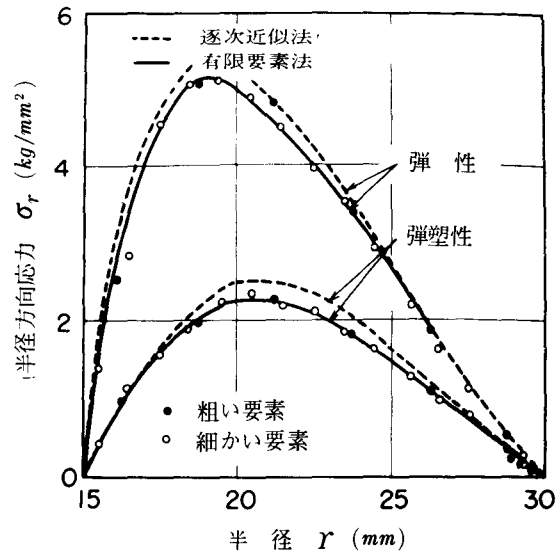


図 4・9 円筒の要素区分



(a) 接線方向応力

図 4・10 有限要素法および逐次近似法による解析結果



(b) 半径方向応力

図4・10 有限要素法および逐次近似法による解析結果(つづき)

に区切ったものであり、境界条件としては近似的に上下方向の変位を拘束して行なった。図4・10の実線はこうにして求めた有限要素法による結果であって、黒丸印は図4・9 (a)の粗い要素区分、白丸印は(b)の細い要素区分によるものである。これからわかるように、ここで用いたような比較的ゆるやかな温度分布に対しては、要素をかなり粗く区切っても十分実用に耐えうるということができる。図中の破線は、前述の逐次近似法によるものであって、両者は比較的良好な一致をみせている。したがって、以下では、逐次近似法4.3の粘弾性法によるものとの対応を試みることにする。

図4・6および図4・7の $\eta$ および $\zeta$ を用いて、弾性応力から、式(4・45)によって粘弾性応力を計算する。ここで、 $\eta$ および $\zeta$ の値は温度に大きく依存するので、おのおのの場所の温度に対応する値を逐一求めて計算を行なった。図4・11は、例として $r_i = 15 \text{ mm}$ 、 $r_o = 30 \text{ mm}$ 、 $T_o = 410^\circ\text{C}$ 、 $T_g = 20^\circ\text{C}$ 、 $\beta = 2.0$ の条件における $r = 18.75 \text{ mm}$ の点の応力の時間的变化を示し、また、図4・12は $r = 22.50 \text{ mm}$ におけるものを示す。実線で示される弾塑性応力と破線の粘弾性応力は、かなりよく一致することがわかる。ここでは塑性領域における、いわゆる除荷の過程を考慮していないため、図において最大の応力が発生した後、応力

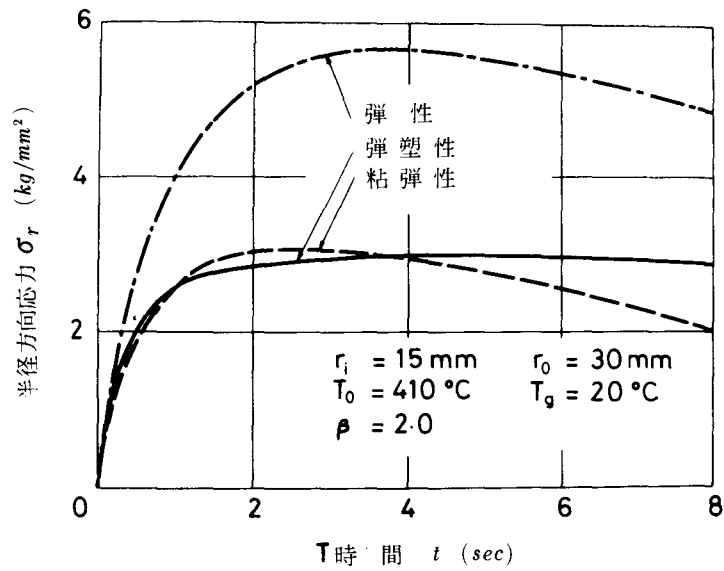


図 4・11 半径方向応力の時間に対する変化 ( $r = 18.75 \text{ mm}$ )

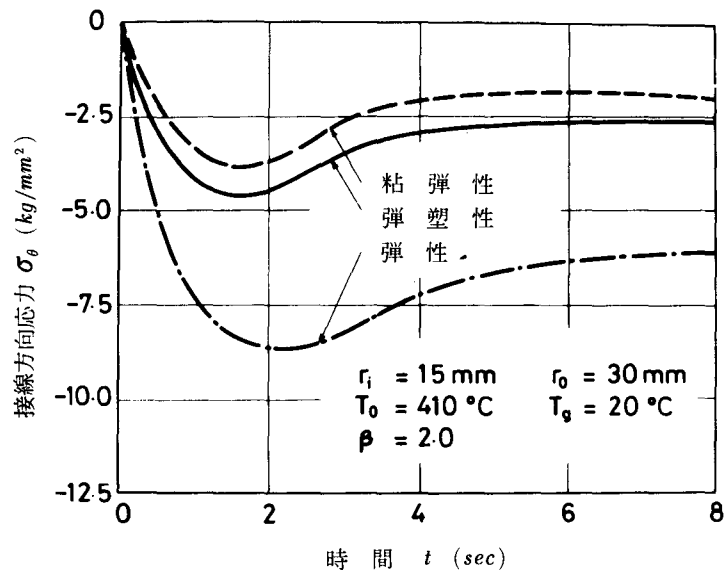


図 4・12 接線方向応力の時間に対する変化 ( $r = 22.50 \text{ mm}$ )

が減少する部分については實際上意味をもたない。

図 4・13 (a)および(b)は,  $r_i = 15 \text{ mm}$ ,  $r_o = 45 \text{ mm}$ ,  $T_0 = 410 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_g = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,

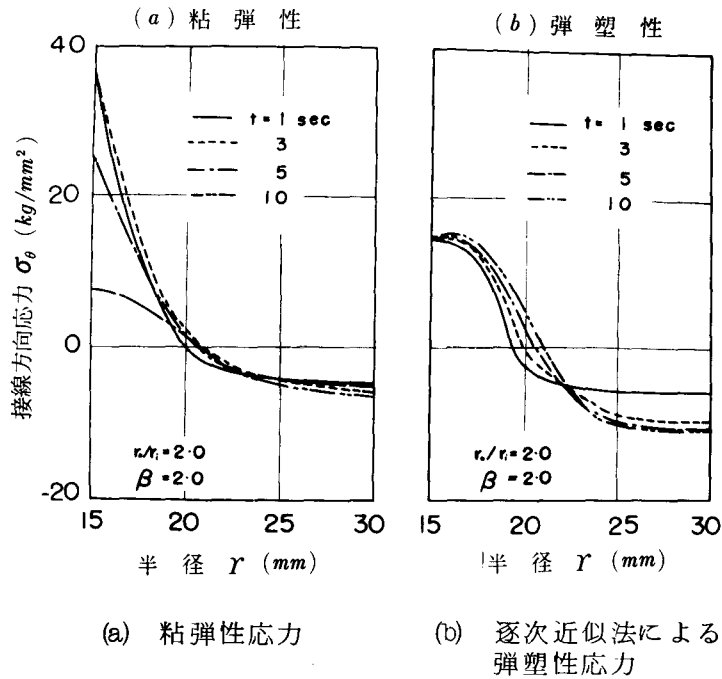


図4・13 接線方向応力の分布

$\beta = 2.0$  の条件における計算結果を示したものであって、(a)は弾塑性応力、(b)は粘弾性応力である。(b)の粘弾性応力は半径の小さいところでは、特に時間が短い場合に大きな値をとり、(a)の弾塑性応力とかなりの差を有する。これは、粘弾性応力の時間依存性のため短時間側で弾性応力との差が小さいことのほかに、次の理由も考えられる。すなわち、クリープ試験によって図4・6および図4・7に示す $\eta$ 、 $\zeta$ の値を決定する際に、応力としておもに $\sigma = 15 \text{ Kg/mm}^2$ を用いたが、これらの値は半黒丸点で示されるように応力の依存性がわずかながら存在する。このことを考慮すると図4・13 (b)の大きな応力は、実際にはかなり小さくなることが予想される。しかしながら、上述のように、本研究における計算においては、 $\eta$ 、 $\zeta$ の応力依存性はないものとして、これらの値は温度のみの関数として取り扱った。このようなところを除くと、図4・13(a)および(b)は実用的な見地からは満足できる一致を示している。このことは、他の計算結果についてもいうことができる。



### 3.3 解析結果と残留応力測定結果の比較

弾塑性領域における熱応力の計算方法の妥当性を検討するために、ここでは、Sachs法およびX線法によって残留応力を測定して、解析結果との比較を行なう。

実験は次のように行なった。図4・2に示す内半径15mm，外半径30mm，長さ160mmの厚肉中空円筒を410°Cの一定温度に電気炉中で加熱する。次に水道水を，圧力を加えて充分早い速度で流入させ，長さ方向に温度分布を生じないようにして冷却した。このとき，外表面および外表面から5.5mm，10.4mm，14.8mmの点に熱電対を点溶接して，温度変化を測定した。図4・14はこのよ

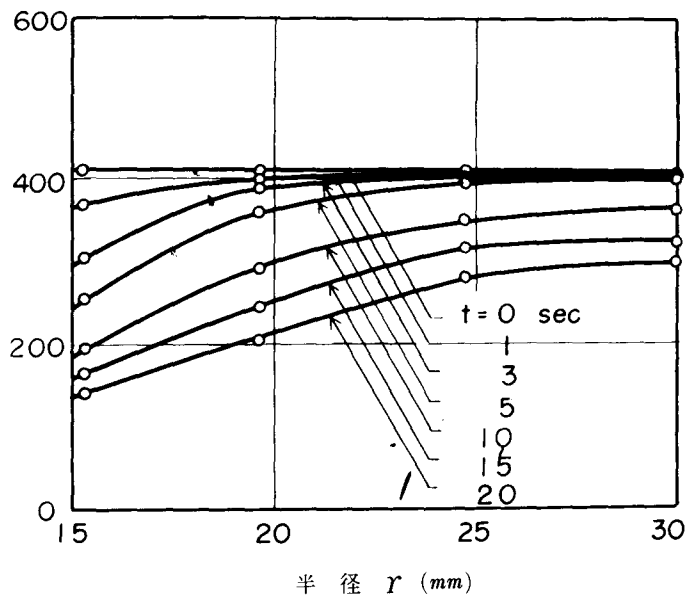


図4・14 円筒における温度分布

うにして求めた温度分布を示す。この温度分布による熱応力を逐次近似法，有限要素法および粘弾性法によって求める。

ところで，物体中に発生する応力は，温度分布の時間的变化に伴って，はじめは増大し，最大値に至る。次に，温度こう配が小さくなると，それに従って除荷が起こる。この除荷の過程においては，物体の温度が低下するため，バウシinger効果は充分小さく，したがって，逆向きの塑性変形は考えなくてもよい。したがって，最大応力が発生するときの温度分布に対応する見掛けの弾性応力と大き

さが等しい応力が，最大応力分布から差し引かれ，残留応力として物体に残留する。図4・15～図4・17の実線，破線および一点鎖線は，それぞれ，逐次近似法，粘弾性法および有限要素法によって求めた残留応力の分布である。図4・17

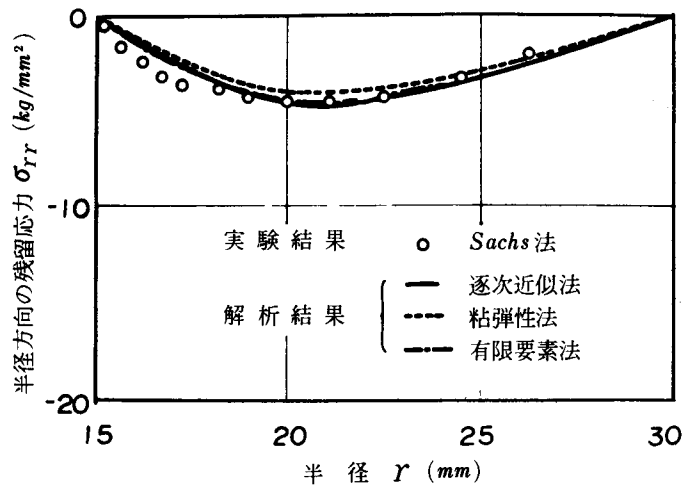


図4・15 半径方向の残留応力分布

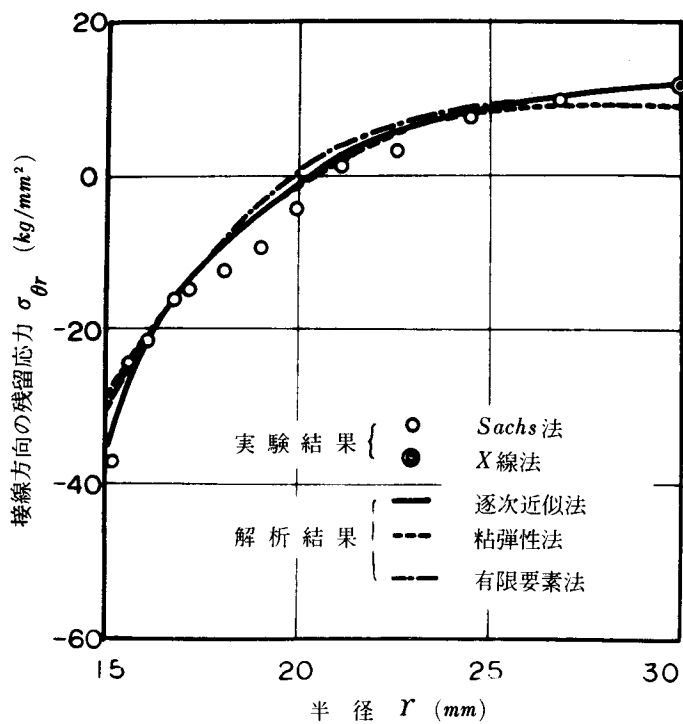


図4・16 接線方向の残留応力分布

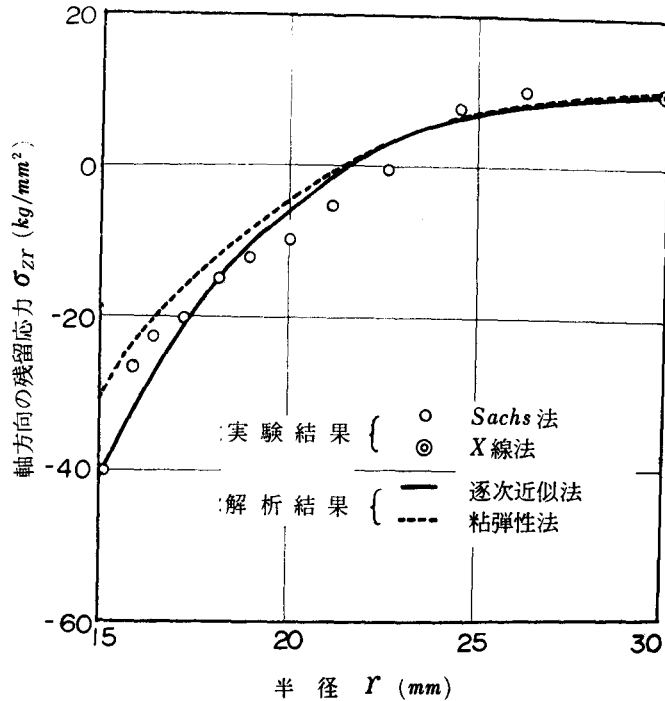


図4・17 軸方向の残留応力分布

の $\sigma_{zr}$ の分布で有限要素法による結果を示していないのは、前述したように、この方法では軸方向の変位を拘束しており他の場合と境界条件が異なるためであるが、平面ひずみ問題として正しい計算を行えば十分良好な結果が得られるものと考えられる。

これらの残留応力の解析結果の妥当性を検討するために、温度分布を測定したものと同一温度条件を有する中空円筒試験片について、残留応力を測定した。この試験片は、試験前に焼なましを行なって残留応力を除去したものである。図4・15～図4・17の白丸点は、外表面にひずみゲージを張り付けて内面から除去してそのひずみの変化を求めるSachs法による残留応力を示す。また、平行ビーム型GM計数管による自動記録式X線応力測定装置を用いて、 $CoK\alpha_1$ 線による(310)面の回析線から $\sin^2\psi$ によって求めた外表面の残留応力を二重丸点で示す。実線および破線の解析値はこれらの実験結果に良好な一致をみせてい

る。このことから、本研究で取り扱った逐次近似法、有限要素法および粘弾性法による熱応力の解析は、ほぼ妥当であることがわかる。

#### 4. 結 言

弾塑性領域における熱応力問題を考える方法として、Manson の逐次近似法、有限要素法および随伴弾性問題の手法を用いる粘弾性理論によって、厚肉中空円筒の解を求め、数値計算を行なった。さらに、これらの妥当性を確かめるために、Sachs 法およびX線法によって残留応力を測定したところ解析結果と良好な一致を示すことがわかった。このことから、これらの方法は充分実用に供することができるものである。特に、有限要素法は、後述するように、複雑な温度分布などにも容易に適用することができるものであり、さらに、粘弾性法は与えられた弾性解を弾塑性域に拡張することができるという点で有利な方法である。

参 考 文 献

1. 平修二, 井上達雄, 材料, 18-186(昭44)208
2. 平修二, 大南正瑛, 井上達雄, 金属材料 8-1(昭43)43
3. B.A.Boley and J.H.Weiner, Theory of Thermal Stresses, John Wiley and Sons Inc.(1960)
4. E. Mickel, Z-VDI 87-23(1943)341
5. L. Northcott and H.G. Baron, JISI 184 (1956)385
6. 上田太郎, 田中政夫, 菅野寛, 材料 16-163(昭42)228
7. A.C. Willhelm and J.R. Kattus, Proc. ASTM 63 (1963)613
8. A. Mendelson and S. S. Manson, NACA TN 4088(1957)
9. A. Mendelson and S. S. Manson, NASA TR R-28(1960)
10. E. L. Wilson, AIAA J. 3 (1965)2269
11. 西岡邦夫, 森田喜保, 機械学会関西支部第43期定時総会講演会論文集 (昭43)
12. Y. Yamada, N. Yoshimura and T. Sakurai Int. J. Mech. Sci. 10 (1968)343
13. P. V. Marcal and I. P. King, J. Mech. Sci. 9 (1967)143
14. 植田秀夫, 井上達雄, 平修二, 鋼構造協会マトリックス構造解析シンポジウム前刷(昭44)396
15. 牟岐鹿楼, 機械学会誌 64-513(昭36)1392
16. R. A. Schapery, J. Franklin Inst. 279-4(1965)268
17. 平修二, 井上達雄, 高尾武, 材料 17-180(昭43)813
18. C. L. Clark, High Temperature Alloys, Pitman Publishing. Co. (1953)

## 第5章 熱亀裂の発生を基準とした 多軸熱応力下の熱疲労強度

### 1. 緒 言

金属材料の高温強度の問題が注目されるにしたがって、熱疲労の研究が広くとりあげられるようになった。このような熱疲労試験の大部分は第2章で述べたように、試験片の両端を拘束して加熱冷却を繰返すいわゆる単軸応力下の熱疲労に関するものである。<sup>(1)~(8)</sup>単軸応力下の熱疲労によって得られる知見は、材料の熱疲労強度の基礎的資料を提供するのに極めて有益である。

しかしながら、各種の構造部材において実際に問題となる熱疲労は、ほとんどの場合多軸熱応力下にあたり、機械的応力と重畳することが知られている。<sup>(8)</sup>後者の問題は第2章第5節で論じたので、ここでは、前者の場合すなわち多軸熱応力下の熱疲労をとりあげる。このように、物体中の温度こう配にもとづく熱応力の繰返しによって材料に熱亀裂が生ずることは古くから問題にされ、いわゆる heat check とか fire crack の実験<sup>(9)~(13)</sup>として現場的に行なわれている。ところが、これらの研究は、単に試験温度と熱サイクルの関係として整理されている場合が大部分で、材料の比較試験としては有益であっても、その実験データを設計計算に用いることは困難である。ところが、このような場合の物体に生ずる熱応力ないしは熱ひずみを求め、この場合の強度と他のより簡単な実験との相関性を明らかにしておくことができれば、逆に、基礎的な実験結果から実用構造物の熱疲労強度を推定できると考えられる。

この方面の研究は、実際の構造物の強度設計にとって極めて有益であるにもかかわらず、次に述べる例を除いてほとんど研究がなされていないのが現状である。Carden<sup>(14)</sup>は円板の半径方向の温度こう配による半径方向の熱ひずみ範囲  $\Delta\epsilon_r$  を、ひずみゲージで半径方向変位  $\Delta u$  を測定して  $\Delta\epsilon_r = \Delta u / r - \alpha \Delta T$  なる関係から求めている。このようなひずみ範囲を縦軸にとりこれと円板に亀裂が生ずる繰返数との関係をしらべ、この結果と単軸応力下の熱疲労強度<sup>(15)</sup>との相関性を検討している。両者の実験値はかなり一致しているが、円板には半径方向のみでなく接線方向の熱ひずみも生ずると考えられるにもかかわらず、これに対する考慮がは

らわれていない。さらに、本章で取扱うような熱ひずみの拘束率の問題、両実験の破損の様相のちがいに對する考察が十分でない。また、木下、山内ら<sup>(16)</sup>は逐次近似法によってタービンロータディスクに生ずる熱ひずみを計算したが、これと同じ材料の高温塑性疲労試験を行なつて、設計上安全側にある高い温度の実験結果からロータディスクの寿命を推定している。

本章では、第4章で述べた方法で多軸熱応力の繰返しをうける物体に生ずる熱ひずみを求め、この場合の強度と単軸応力下の熱疲労ないしは高温塑性疲労との相関性を検討することによって、多軸熱応力下の熱疲労強度をこれらの簡単な実験結果から推定する方法を確立することを目的とした。ここで、熱疲労強度を考えるにあたっては、熱亀裂の発生の問題と伝播の問題があるが、後者については、極めて複雑な多くの問題があるため、これを別に第6章で取りあげることとし、本章では熱亀裂の発生を熱疲労強度の一応の目安とした。

多軸熱応力の繰返しをうける物体の例としては、中実の円柱および球を用い、これを一定の温度に加熱した後、急激に周囲から冷却して生ずる半径方向の温度分布を求めた。この温度こう配による熱応力ないしは熱ひずみは逐次近似法を用いて計算し、一方、試験片表面を顕微鏡で観察することによって亀裂の発生を検出した。<sup>(17)~(19)</sup>

## 2. 実験方法

実験に供した材料は、0.16% C 炭素鋼 (S 1 5 C) およびフェライト地の球状黒鉛鑄鉄であつて、それぞれの化学成分および機械的性質を表5・1および表5・2に示す。多軸熱応力下の熱疲労試験に用いた試験片は図5・1に示すようなものであつて、(a)および(c)は円柱状試験片、(b)は球状試験片とよぶことにする。ここで、(a)および(b)は炭素鋼、(c)は球状黒鉛鑄鉄の実験に用いた。

試験機は図5・2にその概要を示す<sup>(17)(18)</sup>ようなものであつて、その動作は次のように行なわれる。棒I①の下端にとりつけられた試験片②は、はじめ電気炉③中で高温に加熱される。次にコンプレッサー④にとりつけられた電磁弁⑤が開いて、水槽⑥および冷却用ノズル⑦に圧縮空気が送られる。水槽からは水がノズルに送られ、ジェットポンプの原理で水の噴霧がつくられる。爪⑨で支えられてい

表 5・1 低炭素鋼の化学成分および機械的性質

(a) 化学成分(%)

C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr
0.16	0.25	0.47	0.014	0.026	0.09	0.05	0.07

(b) 室温における機械的性質

降伏点	引張強さ	伸び	絞り	ビッカースかたさ
$26.1 \text{ kg/mm}^2$	$43.1 \text{ kg/mm}^2$	35.5%	69.7%	113

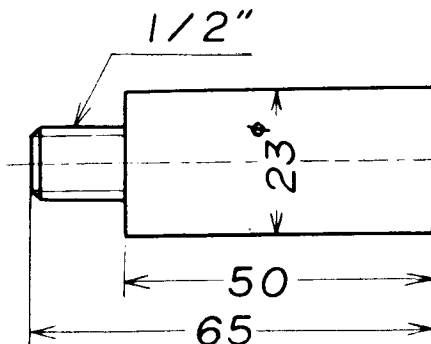
表 5・2 球状黒鉛鑄鉄の化学成分および機械的性質

(a) 化学成分(%)

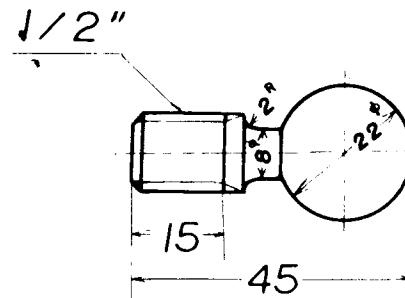
C	Si	Mn	P	S
3.65	2.76	0.55	0.56	0.08

(b) 室温における機械的性質

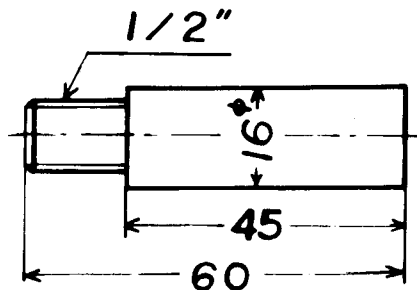
降伏点	引張強さ	伸び	絞り	ビッカースかたさ
$31.8 \text{ kg/mm}^2$	$45.4 \text{ kg/mm}^2$	16.2%	18.8%	156



(a)



(b)



(c)

図 5・1 試験片

(a) 低炭素鋼用円柱状試験片

(b) 低炭素鋼用球状試験片

(c) 球状黒鉛鑄鉄用円柱状試験片



た棒Ⅱ⑮は電磁石⑩の鉄心⑪の吸引によって破線の位置まで落下し、試験片は冷却される。十分冷却された後、モーター⑬が回転して歯車減速装置⑭によって棒Ⅱおよび棒Ⅰが鎖⑫によって上昇する。破線の位置まで上昇するとストッパ⑬がリミットスイッチを押し、モーターが停止する。次に、電源が切られ鉄心がスプリングの力で元の位置に戻り、一度停止したモーターが逆転し、棒Ⅱはリミットスイッチをストッパ⑬が押すまで下降するが、棒Ⅰは爪に支えられており、試験片は炉中で加熱される。これらの操作は  $1/9 \text{ cpm}$  の速度で自動的に繰返される。

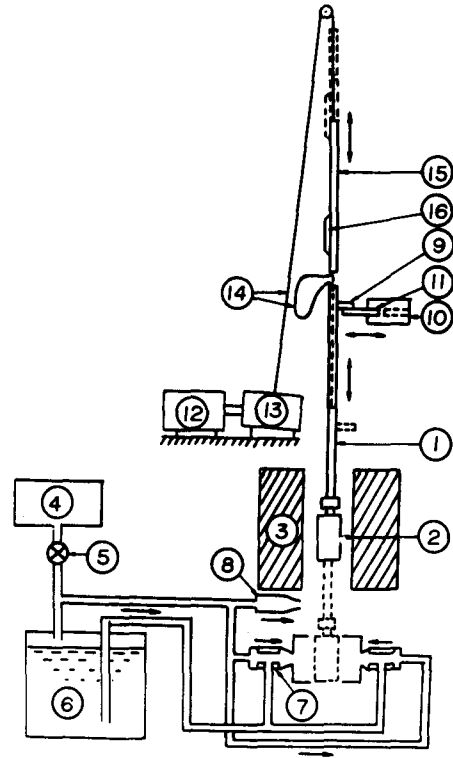


図 5・2 多軸熱応力下の熱疲労試験機

### 3. ひずみ範囲の解析

#### 3.1 温度分布

試験片に生ずる熱ひずみの計算を行なうためには、物体中の温度分布を知る必要がある。

均一な上限温度  $T_2$  にある半径  $r_0$  の円柱および球が表面から温度  $T_1$  なる冷媒で冷却されるとき、熱伝導方程式はそれぞれ次で与えられる。<sup>(20)</sup> (以下の式番号において円柱を  $a$ 、球を  $b$  とする)

$$\frac{\partial T(r)}{\partial t} = a \left[ \frac{\partial^2 T(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r)}{\partial r} \right], \quad a = \frac{k}{\rho c} \quad (5 \cdot 1 \cdot a)$$

$$\frac{\partial T(r)}{\partial t} = a \left[ \frac{\partial^2 T(r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T(r)}{\partial r} \right], \quad a = \frac{k}{\rho c} \quad (5 \cdot 1 \cdot b)$$

ここに、 $k$ ：熱伝導率、 $\rho$ ：比重量、 $c$ ：比熱、 $t$ ：冷却開始後の時間である。  
本実験の場合、 $T_1$ は水と空気の噴霧の温度であり、これは $T_2$ に比べて充分小さい  
のでこれを零とおくと、式(5・1)から円柱および球内部の温度分布はそれぞ  
れ次のようになる。

$$T(r) = 2T_2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m_k r_o J_1(m_k r_o)}{(m_k^2 r_o^2 + \beta^2) [J_0(m_k r_o)]^2} e^{-m_k^2 r_o^2 \theta} J_0(m_k r) \quad (5 \cdot 2 \cdot a)$$

$$T(r) = 2T_2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m_k^2 r_o^2 + (\beta-1)^2}{m_k^2 r_o^2 + \beta(\beta-1)} \left( \frac{\sin m_k r_o}{m_k r_o} - \cos m_k r_o \right) \\ \cdot e^{-m_k^2 r_o^2 \theta} \frac{\sin m_k r}{m_k r} \quad (5 \cdot 2 \cdot b)$$

ここに、 $\beta (=h r_o / k)$ ：無次元化した熱伝達係数 (Biot modulus)、 $h$ ：外  
表面の熱伝達係数、 $\theta (=k t / \rho c r_o^2)$ ：無次元化した時間であり、 $J_0(x)$  および  
 $J_1(x)$ は第1種のベッセル関数である。また式(5・2・a)および式(5・2・b)の  
 $m_k$ は境界条件から導かれる方程式

$$m r_o J_1(m r_o) - \beta J_0(m r_o) = 0 \quad (5 \cdot 3 \cdot a)$$

$$m r_o + (1 - \beta) \tan m r_o = 0 \quad (5 \cdot 3 \cdot b)$$

の $k$ 次の根であって、表5・3(a)および(b)にそれぞれ式(5・3・a)および式  
(5・3・b)の $m r_o$ の解を記す。

式(5・2)によって温度分布を計算するためには、無次元化した熱伝達係数  
 $\beta$ の値を知らねばならない。非定常熱伝導の場合、この値を直接求めることはき  
わめて困難なので、ここでは、いわゆる熱伝導の逆問題の手法を用いてこれを推  
定した。すなわち、試験片内部の任意の点の温度変化を熱電対と電磁オシログラ  
フを用いて記録する。一方、適当に仮定した $\beta$ の値を用いて式(5・2)によっ  
て、その位置の温度変化を計算によって求め、両者の曲線が一致するような $\beta$ の  
値を試行錯誤によって決定する。図5・3はこのようにして求めた低炭素鋼の無  
次元化した熱伝達係数 $\beta$ と冷却開始前の温度の関係を示している。

表5.3 方程式(式(5.3・a)および式(5.3・b))の根

(a)  $xJ_1(x) - \beta J_0(x) = 0$

$\kappa \backslash \beta$	0.5	1.0	2.0	5.0
1	0.940771	1.255784	1.599449	1.989815
2	3.959371	4.079478	4.290958	4.713142
3	7.086381	7.155799	7.288389	7.617708
4	10.222458	10.270985	10.365831	10.622300
5	13.361147	13.398391	13.471882	13.678558

(b)  $x + (1 - \beta) \tan x = 0$

$\kappa \backslash \beta$	1.2	2.0	3.0	4.0
1	0.168868	0.202845	0.228888	0.245564
2	0.475453	0.491309	0.508699	0.523272
3	0.787899	0.799867	0.809617	0.820453
4	1.101357	1.108554	1.117266	1.125604
5	1.415115	1.420746	1.427636	1.434335

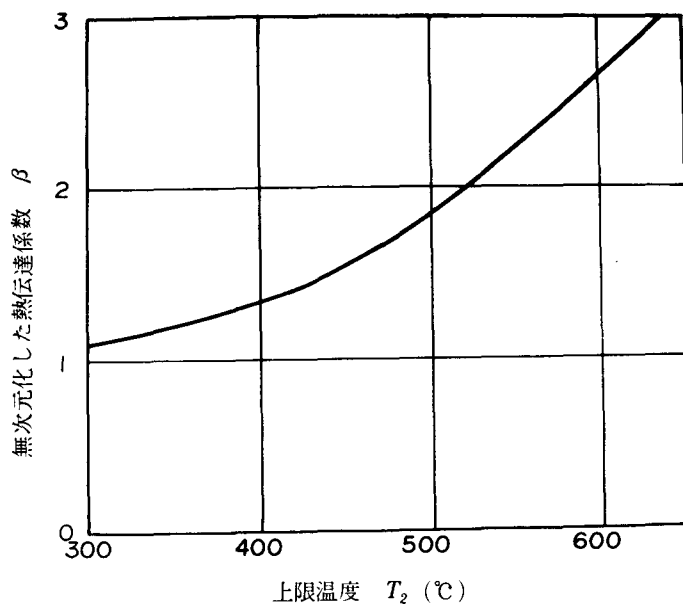


図5.3 低炭素鋼の無次元化した熱伝達係数  $\beta (=hr_o/k)$  の温度依存性(円柱の場合の例)

### 3.2 逐次近似法によるひずみの解析

すでに第4章でのべたように逐次近似法は本実験に用いた円柱および球などの簡単な形状の場合、計算が比較的容易であるので、ここではこれを採用した。

前項の方法で試験片内部の温度分布が求められると、この温度こう配によって発生する接線方向ひずみ  $\epsilon_\theta$ 、半径方向ひずみ  $\epsilon_r$  および軸方向ひずみ  $\epsilon_z$  (円柱の場合) は次のようになる。

$$\begin{aligned}\epsilon_\theta &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_0^r \alpha [T(r) - T(r_0)] r dr + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \frac{1}{r^2} \int_0^r (\epsilon_{rp} + \epsilon_{\theta p}) r dr \\ &\quad + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \int_0^r \frac{\epsilon_{rp} - \epsilon_{\theta p}}{r} dr + C \\ \epsilon_r &= -\epsilon_\theta + \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha [T(r) - T(r_0)] + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \epsilon_{rp} \\ &\quad + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \int_0^r \frac{\epsilon_{rp} - \epsilon_{\theta p}}{r} dr + 2C \\ \epsilon_z &= \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} \alpha [T(r) - T(r_0)] r dr - \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} (\epsilon_{rp} + \epsilon_{\theta p}) r dr \\ C &= \frac{1-3\nu}{1-\nu} \frac{1}{r_0^2} \int_0^{r_0} \alpha [T(r) - T(r_0)] r dr - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \int_0^{r_0} \frac{\epsilon_{rp} - \epsilon_{\theta p}}{r} dr \\ &\quad + \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} (\epsilon_{rp} + \epsilon_{\theta p}) r dr \quad (5 \cdot 4 \cdot a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\epsilon_\theta &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{1}{r^3} \int_0^r \alpha [T(r) - T(r_0)] r^2 dr + \frac{1-2\nu}{3(1-\nu)} \frac{1}{r^3} \int_0^r (\epsilon_{rp} + 2\epsilon_{\theta p}) r^2 dr \\ &\quad + \frac{2}{3} \frac{1-2\nu}{1-\nu} \int_0^r \frac{\epsilon_{rp} - \epsilon_{\theta p}}{r} dr + \frac{C}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_r = & -2\varepsilon_\theta + \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha [T(r) - T(r_0)] + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \varepsilon_{rp} \\
& + \frac{2(1-2\nu)}{1-\nu} \int_0^r \frac{\varepsilon_{rp} - \varepsilon_{\theta p}}{r} dr + C \\
C = & \frac{6(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{1}{r_0^3} \int_0^{r_0} \alpha [T(r) - T(r_0)] r^2 dr \\
& - \frac{2(1-2\nu)}{1-\nu} \int_0^{r_0} \frac{\varepsilon_{rp} - \varepsilon_{\theta p}}{r} dr \\
& + \frac{2(1-2\nu)^2}{1-\nu^2} \frac{1}{r_0^3} \int_0^{r_0} (\varepsilon_{rp} + 2\varepsilon_{\theta p}) r^2 dr
\end{aligned} \tag{5.4.b}$$

ここに、 $\varepsilon_{rp}$  および  $\varepsilon_{\theta p}$  は半径方向および接線方向の塑性ひずみ成分、 $\alpha$  は線膨脹係数、 $\nu$  はポアソン比である。

次に、Mises の流れの法則、相当応力、相当全ひずみおよび相当塑性ひずみを用いると、 $\varepsilon_{rp}$  および  $\varepsilon_{\theta p}$  はおのこの次のように表わされる。

$$\varepsilon_{rp} = \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_p^*}{\varepsilon^*} (2\varepsilon_r - \varepsilon_\theta - \varepsilon_z) \tag{5.5.a}$$

$$\varepsilon_{\theta p} = \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_p^*}{\varepsilon^*} (2\varepsilon_\theta - \varepsilon_r - \varepsilon_z)$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{rp} &= \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_p^*}{\varepsilon^*} |\varepsilon_r - \varepsilon_\theta| \\
\varepsilon_{\theta p} &= \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_p^*}{\varepsilon^*} |\varepsilon_\theta - \varepsilon_r|
\end{aligned} \tag{5.5.b}$$

ここに、 $\varepsilon^*$  および  $\varepsilon_p^*$  は相当全ひずみおよび相当塑性ひずみであって、 $\varepsilon^*$  は次で与えられる。

$$\varepsilon^* = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2]^{1/2} \tag{5.6.a}$$

$$\varepsilon^* = \frac{2}{3} |\varepsilon_r - \varepsilon_\theta| \tag{5.6.b}$$

また、相当塑性ひずみ $\epsilon_p^*$ は次のようにして決定する。一般に延性材料の塑性疲労においては、そのヒステリシス・ループは破壊繰返し数に比べて充分小さい繰返し数の後に一定の形に収束するので、高温において単軸応力下の定ひずみ高温疲労試験を行ない、その収束したヒステリシス・ループから全ひずみ範囲に対する塑性ひずみ範囲の値を求める。<sup>(18)</sup> 図5・4はヒステリシス・ループの一例であり、

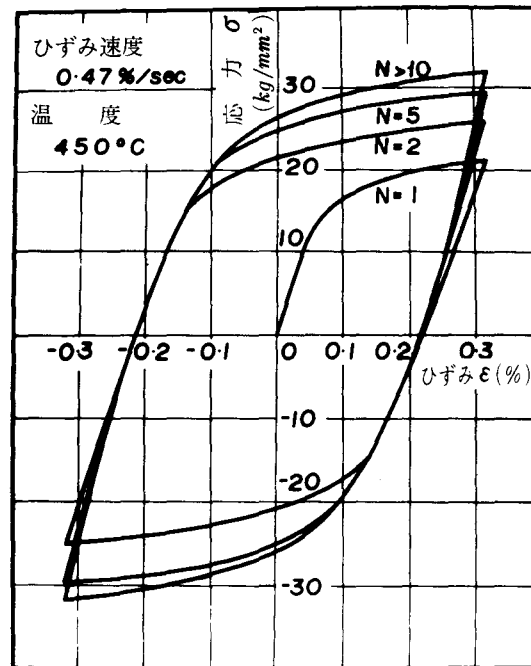


図5・4 ヒステリシスループの例  
(低炭素鋼)

実験条件は、温度450℃、全ひずみ範囲0.64%であり、ひずみ速度は多軸熱応力下の熱疲労の場合に相当する0.47%/secで行なった。図から明らかのように、ほぼ10回程度の繰返しでその形状は収束している。したがって、種々の温度および全ひずみ範囲に対してこの実験を行なえば、式(5・5)中の $\epsilon_p^*$ は求められることになる。

式(5・3)から求めた温度分布に従って、式(5・5)および式(5・6)を繰返し用いて逐次近似法によって相当全ひずみを求めた例を図5・5に示す。これから明らかなように、数次の逐次近似でひずみの値は一定値に収束する。

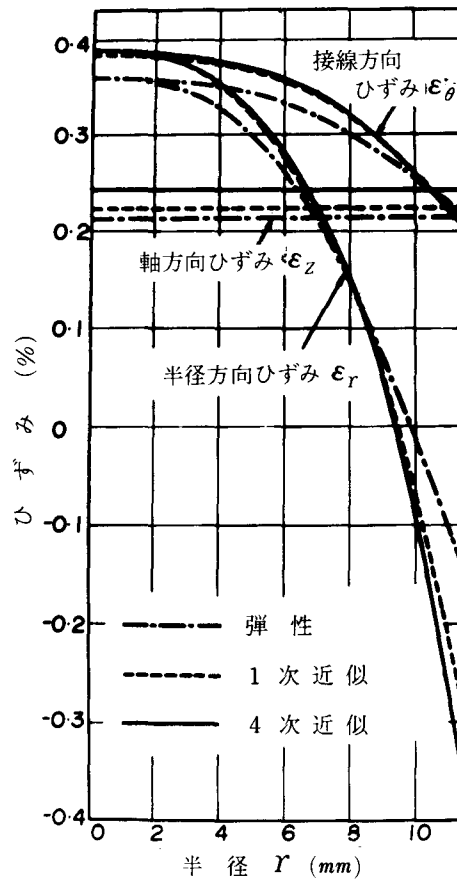
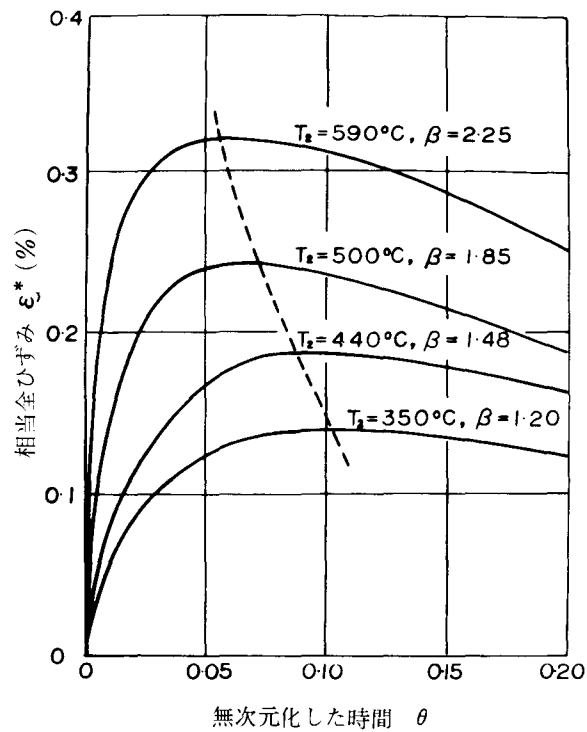
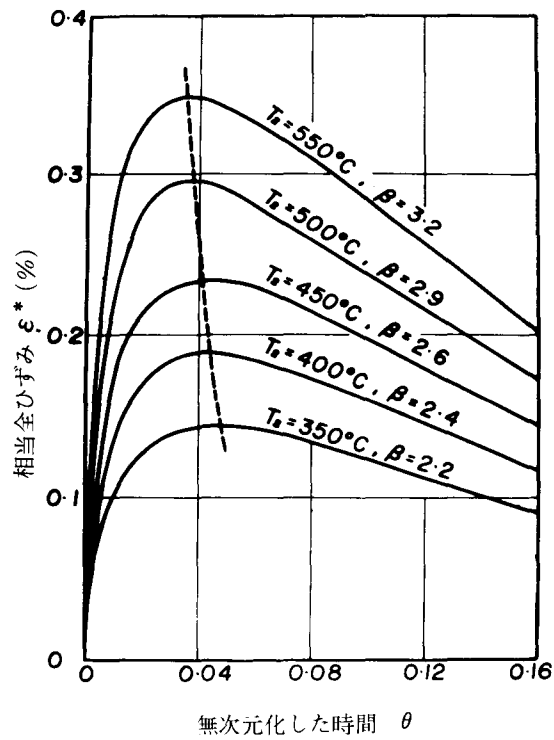


図 5・5 逐次近似法によるひずみ分布の計算過程

図 5・6(a)および(b)は冷却開始後の時間  $\theta$  に対する試験片表面の  $\epsilon^*$  の変化を示したものである。図から一定の時間後に  $\epsilon^*$  は最大値をとることがわかる。この相当全ひずみ範囲は試験片表面において最大値をもつ。このことは、後述するようにき裂が試験片表面に生ずることと一致するものである。したがって、本実験における熱ひずみ範囲としては、試験片表面の相当全ひずみの最大値を採用することにした。なお、ここでは Mises の相当ひずみを用いることにしたが、これについては、第 3 章で述べた高温における多軸応力下の塑性疲労強度が Mises の相当ひずみを用いると単軸応力下の塑性疲労強度と良好な関連を示すことから考えて、塑性疲労の一種である熱疲労の場合にもこの考え方を適用するものである。



(a) 円柱の場合



(b) 球の場合

図5・6 試験片表面の相当全ひずみの変化(低炭素鋼)



#### 4. 多軸熱応力下の熱疲労と単軸応力下の熱疲労および高温塑性疲労との相関性

##### 4.1 炭素鋼に対する結果

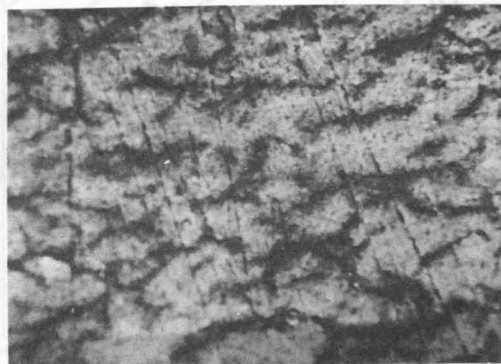
##### 4.1.1 多軸熱応力下の熱疲労

多軸熱応力下の熱疲労試験における熱ひずみ範囲は、前述したように、図5・6の破線で示す試験片表面における最大の相当ひずみを採用する。この熱ひずみは、試験開始直後は片振りの引張りとして作用するが、一部は残留ひずみとなるため、繰返数が増すに従って両振りの状態に漸近するものと考えられる。

試験片にこのような熱ひずみが繰返し与えられると、表面には微細な亀裂が多数発生する。写真5・1(a)および(b)は、おのおの、円柱状および球状試験片の表面に発生した亀裂の顕微鏡写真である。一度亀裂が発生すると、その後は先端



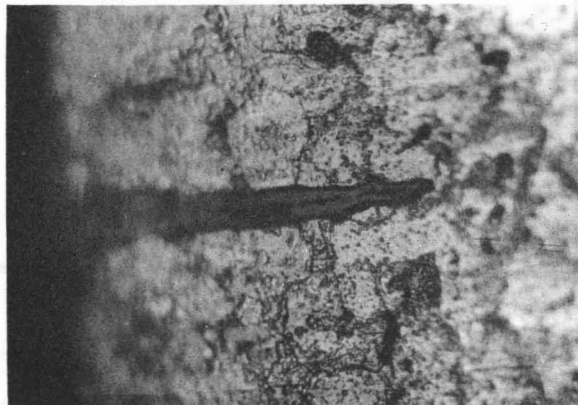
(a) 円柱(←→ 接線方向)



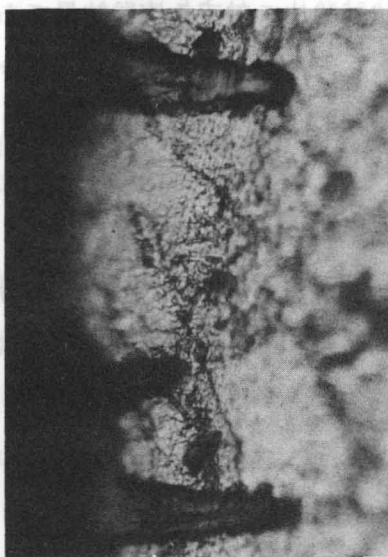
(b) 球

写真5・1 試験片表面に生じた亀裂(低炭素鋼)(×60)

の切欠き効果のためきわめて急速に伝播し、付近の応力を解放するので、亀裂が一定の大きさになるとそれ以後はほとんど成長しない。円柱状試験片では、試験片表面では、接線方向ひずみと軸方向ひずみがほぼ同じ値をとるので、写真5・1(a)に示すように亀裂は軸方向とそれに直角な方向に発生する。また写真5・1(b)からわかるように、球状試験片では、その接線方向応力が均一であるから亀裂は方



(a) 円柱



(b) 球

写真5・2 亀裂の断面写真(×350)

向性を有していない。これらの亀裂の断面は写真5・2のような形状をもつものが多い。亀裂の内部は $FeO$ と考えられる酸化層で満たされていて、<sup>(10)</sup>その部分に小さ

な割れの生じているものもある。この亀裂の大きさは、長さ  $0.2\text{ mm}$ ，幅  $0.02\text{ mm}$ ，深さ  $0.2\text{ mm}$  程度のものである。

試験片表面にはじめて亀裂が認められた繰返し数を亀裂発生繰返し数として，実験結果をまとめると図5・7のようになる。図中，白丸点および黒丸点は，お

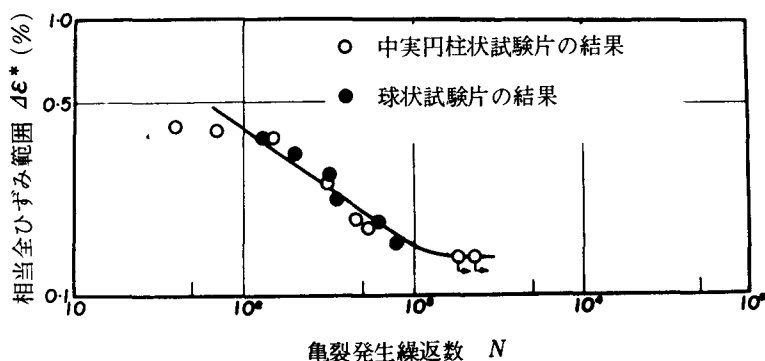


図5・7 多軸熱応力下の熱疲労試験結果（低炭素鋼）

のおの円柱状および球状試験片に対する実験結果であって，かなり良好な一致を示している。このことから考えて，以上に述べた熱ひずみの評価方法は妥当なものであるということができよう。

#### 4. 1. 2 比較基準

多軸熱応力下の熱疲労強度を単軸応力下の熱疲労および高温塑性疲労強度と比較するためには，これらの3種の実験に共通な比較基準をおく必要がある。

##### (i) 亀裂発生繰返し数

多軸熱応力の繰返しを受ける材料の寿命は，前述のように試験片表面に微細な亀裂が発生する繰返し数で規定した。したがって，単軸応力下の熱疲労および高温塑性疲労においても，同様に，亀裂発生繰返し数を寿命とする必要がある。しかしながら，これらの実験では，一般に破断繰返し数を知ることが多いので，これを用いるために第2章4.2.2のようにして亀裂発生繰返し数を推定した。

図5・8および図5・9は，おのおの単軸応力の熱疲労および高温塑性疲労試験結果である。（第2章図2・13および図2・14参照）図中，白丸点は平滑試

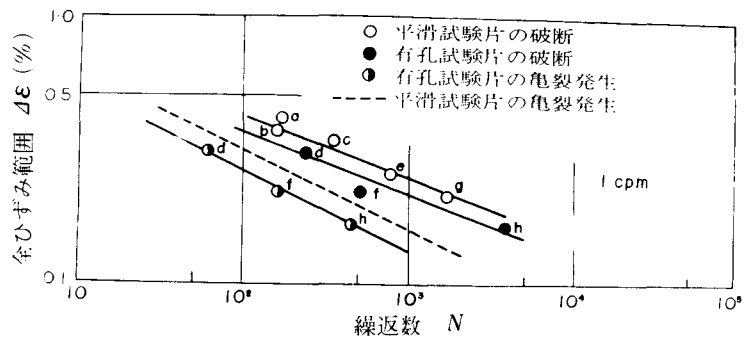


図5・8 単軸応力下の熱疲労試験結果

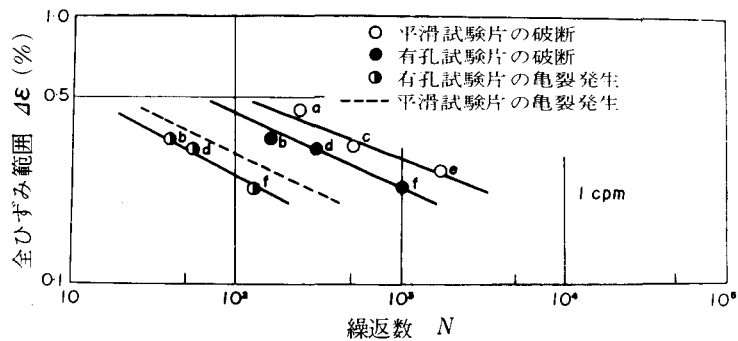


図5・9 相当定常温度下における単軸応力下の塑性疲労試験結果

試験片の破断点を、黒丸点および半黒丸点は有孔試験片の破断および亀裂発生点を示す。また破線は式(2・22)によって求めた平滑試験片における亀裂発生推定曲線である。なお、この推定値の妥当性は、実際に平滑試験片を観察することによって確かめられている。

## (ii) 熱ひずみの拘束率

熱疲労試験においては、熱ひずみの拘束率が異なると寿命にかなりの差が生ずるので、2種の熱疲労試験結果を比較する場合には、この値を等しくする必要がある。多軸熱応力下の熱疲労試験では、試験片表面の相当全ひずみ範囲 $\Delta\epsilon^*$ をその部分の自由膨脹量 $\alpha\Delta T$ で除したものを熱ひずみの拘束率 $\eta$ と定義する。すなわち $\eta$ は、

$$\eta = \frac{\Delta \varepsilon^*}{\alpha \Delta T} \quad (5.7)$$

である。一方，単軸熱応力下の熱疲労においては， $\eta$ は，

$$\eta = \frac{\Delta \varepsilon_{max}}{\alpha \Delta T} = \frac{\psi \Delta \varepsilon_{ap}}{\alpha \Delta T} \quad (5.8)$$

で与えられる。ここに， $\Delta \varepsilon_{max}$ は軸方向温度こう配をもつ試験片の中央部分の最大ひずみ範囲， $\Delta \varepsilon_{ap}$ は標点距離間の平均ひずみ範囲であり， $\psi$ はこれらの比をとったもので熱ひずみの集中率という。<sup>(22)</sup>

図5・10は熱ひずみの拘束率 $\eta$ の値を相当全ひずみ範囲 $\Delta \varepsilon^*$ に対して示したものである。白丸点および黒丸点は，円柱状および球状試験片に対する多軸熱応力下の熱疲労の場合，半黒丸は単軸応力下の熱疲労の場合である。図から明らかなように，これらの実験では同じ相当全ひずみ範囲に対して等しい熱ひずみの拘束率をもつことがわかる。

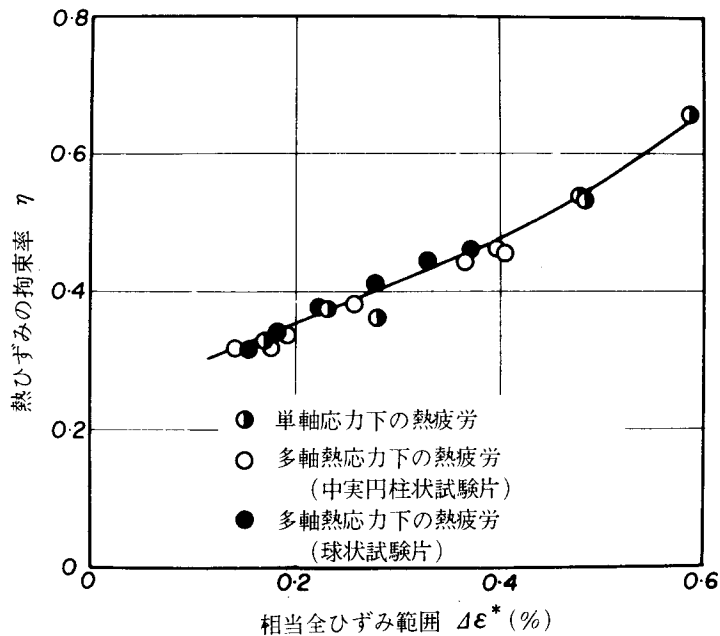


図5・10 熱ひずみの拘束率と相当全ひずみ範囲の関係

### iii) 相当定常温度

高温塑性疲労強度は明らかに試験温度に依存するものであるから、この場合の実験結果を他と比較する場合には、温度条件を明確にしておく必要がある。したがって、本研究ではこの温度条件として相当定常温度<sup>(22)</sup>を採用する。詳しくは第2章でのべたが、この相当定常温度とは、温度変動下の熱疲労と同じひずみ範囲を与えたとき同じ寿命を有する高温塑性疲労における定常温度をいう。図5・9に示す高温塑性疲労試験はこの相当定常温度の下で行なっているので、この結果と熱疲労試験結果は共通の比較基準をもっていると考えられる。

#### 4.1.3 実験結果の比較

以上のことから考えて、図5・8の多軸熱応力下の熱疲労試験結果と、図5・8および図5・9の破線で示される単軸応力下の熱疲労および高温塑性疲労試験結果は、同じ比較基準をもっているといえることができる。したがって、これらの結果を併記すると図5・11のようになる。ただし、この図では、図5・8および

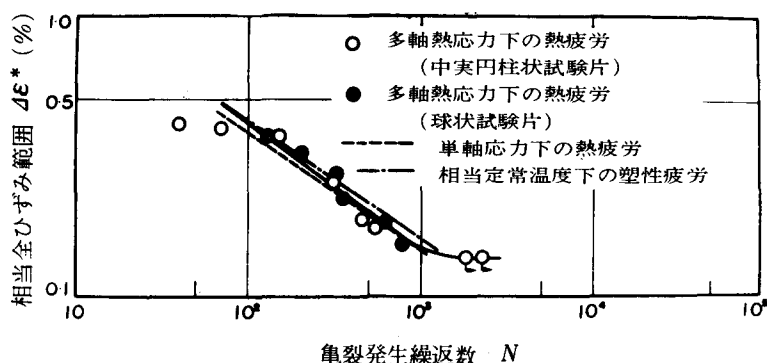


図5・11 各試験結果の比較

図5・9の破線の結果に対して試験片の軸方向温度分布によるひずみの集中を補正している。図5・11に示すように、これらの実験結果は良好な一致をしている。

## 4.2 球状黒鉛鋳鉄に対する結果

### 4.2.1 多軸熱応力下の熱疲労

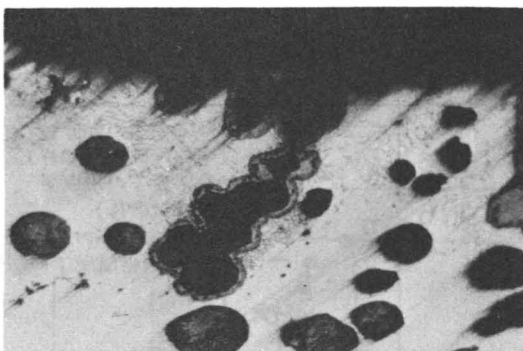
中実円柱試験片を外部から一様に冷却した場合、試験片中には熱ひずみが生ず

る。このような熱ひずみが試験片に繰り返し与えられると、表面には写真5・3に示したような亀裂が生ずる。亀裂の生じた試験片を軸方向に垂直な面で切断して試験片表面付近の様相を示したものが写真5・4である。

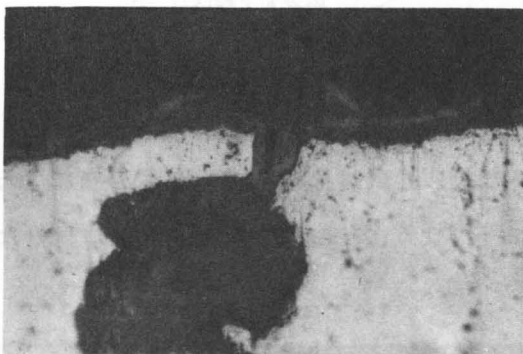


←→ 接線方向

写真5・3 試験片表面に生じた亀裂(×600)  
(球状黒鉛鑄鉄)



(a) (×200)



(b) (×50)

写真5・4 亀裂の断面写真

この場合の亀裂は黒鉛の部分に生じていることが多い。しかしながら、この場合は図5・13に示すように試験片内部には急激なひずみのこう配があるため、亀裂の深さは後述する単軸応力下の熱疲労の場合に比べてきわめて短い。また、写真5・4(a)のようにフェライトの部分に生じた亀裂の中はさきに述べた炭素鋼の場合と同様、酸化層で満たされその中にさらに微細な亀裂が生じている。

写真5・3のような亀裂が認められた繰返数と試験片表面における最大相当全ひずみを両対数グラフにとって実験結果を整理すると、図5・12のような結果が得られた。

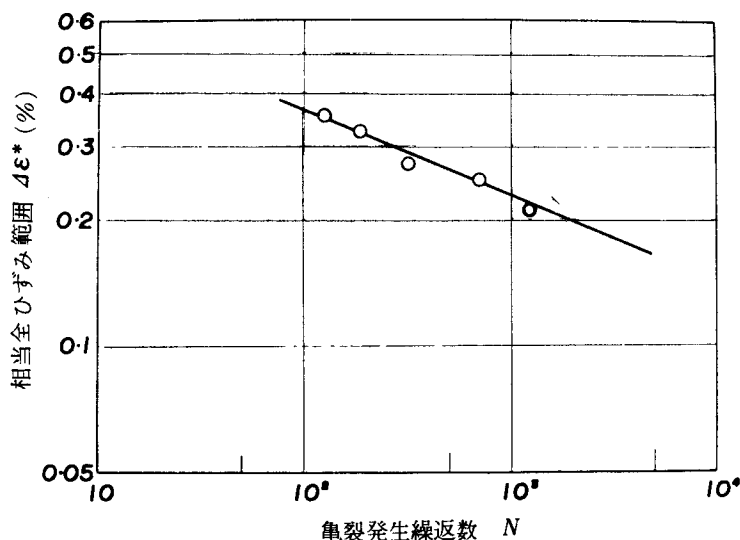


図5・12 多軸熱応力下の熱疲労試験結果  
(球状黒鉛鑄鉄)

#### 4.2.2 単軸応力下の熱疲労

前述したように、単軸応力下の熱疲労試験においては直接通電加熱方式を採用したため、試験片の軸方向に温度分布を生ずる。このことを考えて、試験片の中央部に約5mmの標点距離を設け、この間の変位を測微顕微鏡によって測定した結果から熱ひずみを求めた。図5・13の白丸点はこのようにして求めた熱ひずみを縦軸に、試験片の破断繰返数を横軸にとって示した単軸応力下の熱疲労試験結果である。また、ダイヤルゲージによって25mmの平行部分の平均的な値に



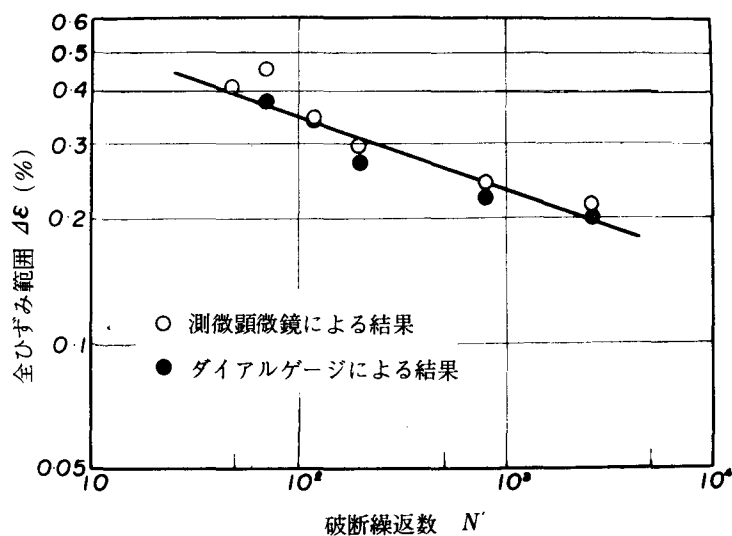


図5・13 単軸応力下の熱疲労試験結果(球状黒鉛鑄鉄)

熱ひずみの集中率 $\psi$ を乗じて求めた熱ひずみによる結果を図5・13の黒丸点で示す。両者がかなり良好な一致を示すことから、従来筆者らが採用した方法は<sup>18)</sup>は妥当性を有していることが明らかである。

本実験に供したような脆性材料では、試験片が破断するきわめて直前に急速な応力範囲の低下がみられる。図5・14は応力範囲 $\Delta\sigma$ と繰返数 $n$ との関係の一

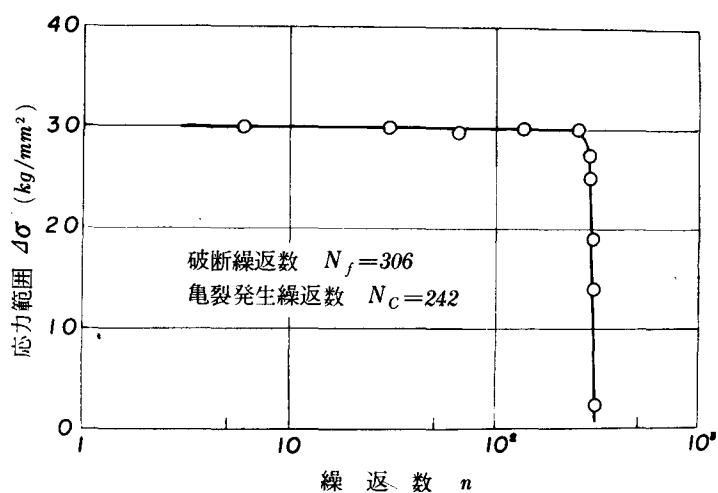


図5・14 応力範囲の繰返数にともなう変化

例を示すものである。一方、試験片表面を顕微鏡で観察すると、試験片に微細な亀裂が生ずる繰返数は、図5・14の応力範囲が低下する繰返数に一致することがわかった。また、図5・14から明らかなように、破断繰返数と応力範囲の低下しはじめる繰返数または亀裂が生ずる繰返数の差は本実験で用いたような脆性材料ではきわめて小さい。

図5・15は前述したように測微顕微鏡によって求めた全ひずみ範囲を縦軸にとり、横軸に亀裂発生繰返数（黒丸点）および破断繰返数（白丸点）をとって実験結果をまとめたものである。黒丸点および白丸点が図に示した直線ではほぼとめられることから、このような材料では実験結果を整理する場合、亀裂発生繰返数の代わりに破断繰返数を用いても大差はないということがわかる。

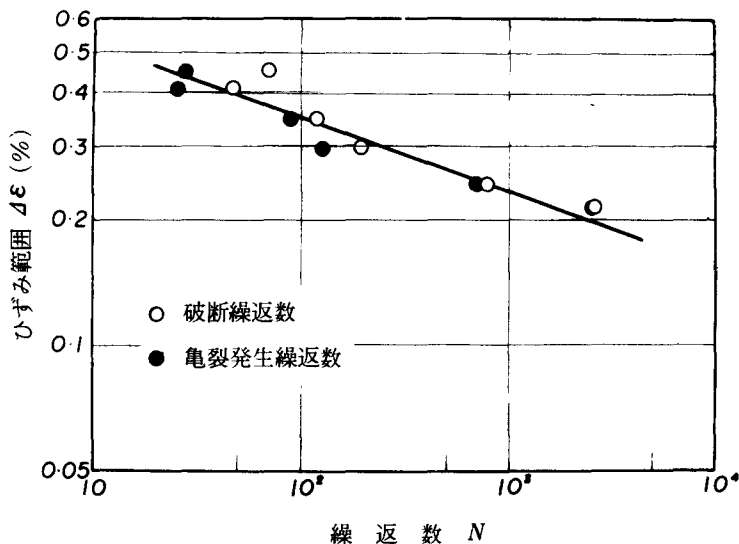


図5・15 亀裂発生繰返数と破断繰返数によって整理した単軸応力下の熱疲労試験結果

#### 4.2.3 比較基準

単軸応力下の熱疲労試験結果と図5・12の多軸応力下の熱疲労試験結果を比較検討するためには、両者は同じ比較基準を有することが必要である。2種の熱疲労試験結果を比較する場合には、両者の熱ひずみの拘束率が等しくなければならないが、本実験においては図5・16に示すように、これらは同じ熱ひずみ範囲に

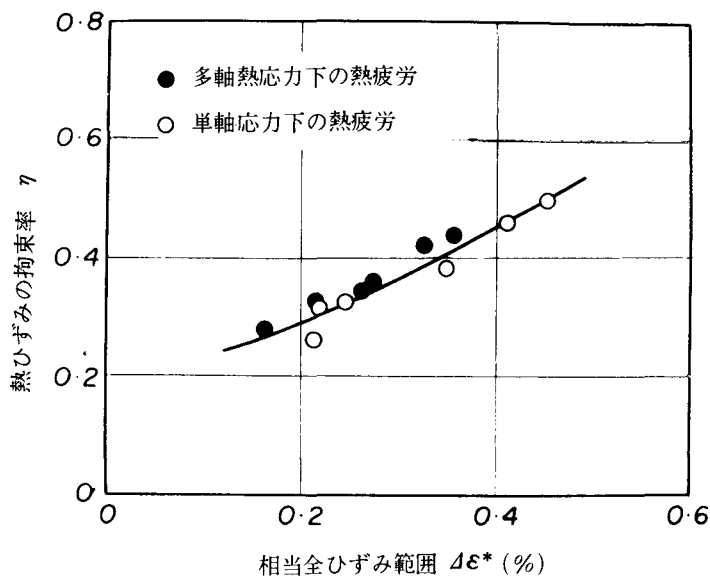


図5・16 熱ひずみの拘束率と相当全ひずみの関係

対してほぼ等しい値を有している。

また，材料の寿命としては図5・12の多軸熱応力下の熱疲労においては亀裂発生繰返数を採用した。しかしながら単軸熱応力下の熱疲労の場合には，図5・15の結果からわかるように寿命として亀裂発生繰返数の代りに破断繰返数を用いても大差がないと考えられるのでこれを採用することにした。

#### 4.2.4 実験結果の比較

図5・17の白丸点および黒丸点は，おのおの単軸および多軸熱応力下の熱疲労の実験結果である。図にみられるように，両者の結果がきわめて良好な一致を示していることから，球状黒鉛鑄鉄を用いた場合，多軸熱応力下の熱疲労強度は，熱ひずみの拘束率を等しくする単軸熱応力下の熱疲労における試験片破断寿命から推定できることがわかる。

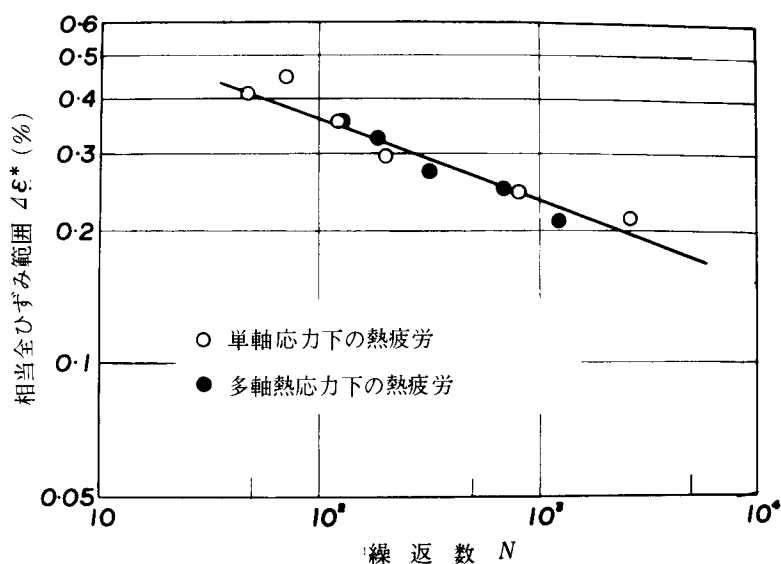


図5・17 単軸および多軸熱応力下の熱疲労試験結果の比較

## 5. 結 言

本章では、実用構造物において多くみられる多軸熱応力下の熱疲労強度と単軸応力下の熱疲労ないしは高温塑性疲労強度の相関性についての検討を行なうことによって、前者の強度を後者の実験結果から推定する方法を提案し、実験的にこれを検証した。

すなわち、これらの相関性を検討するためには、一定の比較基準を設ける必要があり、この基準としては、(i)亀裂発生繰返数、(ii)熱ひずみの拘束率、(iii)相当定常温度などを採用するのが適当である。次に0.16% C炭素鋼および球状黒鉛铸铁に対して行なった実験によって、亀裂発生を基準とした多軸応力下の熱疲労強度は、相当全ひずみ範囲を用いると熱ひずみの拘束率を等しくする単軸応力下の熱疲労ないしは相当定常温度下の塑性疲労試験結果から推定できることを明らかにした。

また、試験片に生ずる熱亀裂は主応力方向に垂直の方向に発生し、亀裂の内部は $FeO$ と考えられる酸化層で充されている。さらに、球状黒鉛铸铁においては、熱亀裂は黒鉛に沿って生じていることがわかった。

## 参 考 文 献

1. 平修二, 大南正瑛, 機械の研究 13-9(昭36)~14-3(昭37)
2. S.S.Manson, Machine Design 30-12(1958)~32-8(1961)
3. S.S.Manson, Machine Design 33-11(1961)~33-12(1961)
4. L.F.Coffin, SESA Proc. 15-2(1958)117
5. L.F.Coffin, Applied Materials Research 1-3(1962)129
6. E.Krempel, Materialprüf. 9-2(1967)37
7. 河本実, 仲嶋浩, 材料 12-18(昭38)482
8. 平修二, 大南正瑛, 井上達雄, 金属材料 8-1(昭43)43
9. 渡辺十郎, 柴崎鶴雄, 材料 12-114(昭38)173
10. 藤原達雄, 金属学会誌 20(昭31)247
11. W.Rädecker, Stahl u. Eisen, 75-19(1955)1252
12. H.G.Baron and S.S.Bloomfield, JISI 197(1961)223
13. F.Borenrath and R. Sontag, Kobalt 14(1962)3
14. A.E.Carden, ASME Paper 65-GTP-5(1965)
15. A.E.Carden, Trans ASME Ser D 87-1(1965)237
16. 木下勝, 山内英和, 壺岐哲夫, 肥爪彰夫, 材料試験, 11-102(昭37)191
17. S.Taira, M.Ohnami and T.Inoue, Proc 8th Jap, Cong Test. Mat (1965)40
18. 平修二, 大南正瑛, 井上達雄, 庵文隆, 材料 14-145(昭40)898
19. 平修二, 大南正瑛, 井上達雄, 庵文隆, 材料 16-161(昭42)94
20. 川下研介, 熱伝導論, オーム社(昭41)
21. 藤本武助, 佐藤俊, 伝熱学概論, 共立出版(昭31)
22. 平修二, 小寺沢良一, 大南正瑛, 材料試験, 9-85(昭35)636

## 第6章 多軸熱応力下の熱疲労における 熱亀裂の伝播と寿命

### 1. 緒 言

第5章において、熱疲労における亀裂の発生をとりあつかい、その場合の寿命を単軸応力下の熱疲労ないしは高温塑性疲労試験結果から推定する方法を提案し、実験的にこれを検討した。これは熱疲労によって構造物に発生した亀裂は、ほとんどの場合、表面の薄い層に限られそれ自身としては破壊に導くことはまれであるという意味で、亀裂の発生の問題は熱疲労を考える上で重要であるとの認識に立っているからである。

しかしながら、これらの亀裂は、熱応力に重畳して加えられる機械的応力の集中源になったり、また、圧延ロールのように、圧延材の表面に凹凸を残して製品の汚れとなることがある。<sup>(1)(2)</sup>したがって、このような場合においては、亀裂の発生のみでなく、その大きさや深さなどを知り亀裂の伝播過程を明らかにすることが必要となる。

熱疲労における亀裂に関する研究は、いわゆる fire crack とか heat check の実験として古くから行なわれている。渡辺ら<sup>(3)(4)</sup>は円板状試験片の片端面を繰返し加熱冷却して、生じた亀裂の数と深さおよび加熱温度との関係について調べ、C<sub>r</sub>-M<sub>0</sub>鋼では最高加熱温度が600°Cまでは温度とともに亀裂深さは減少するとの結果を得ている。また、熱間圧延ロールでは fire crack 特性は層状バーライトでは劣るが、球状化焼なましで改良されるとしている。

藤原は、<sup>(5)(6)</sup>熱間工具鋼を用いて熱亀裂の系統的研究を行ない、円板状試験片の側面を加熱冷却して亀裂の深さと数を整理し、亀裂の分布係数なる量を定義し、定量的に亀裂の伝播をとらえている。この他、熱亀裂の観察を行なった研究は、Northcott<sup>(7)</sup>、Rädecker<sup>(8)</sup>、Baronら<sup>(9)</sup>、Borenrathら<sup>(10)</sup>、上田ら<sup>(11)(12)</sup>によっても行なわれており、一定の成果をおさめている。

本章では、低炭素鋼および高炭素クロム鋼のロール材を用い、それぞれに対して、片端面から冷却される円柱および内面から冷却される厚肉中空円筒を例にと

って、まず、前章の考え方に立脚した熱亀裂の発生を単軸応力下の熱疲労と関連づけた。さらに、熱亀裂の伝播を観察することによって、単軸応力下の熱疲労と多軸熱応力下の熱疲労における亀裂伝播の相違を明らかにした。また、これらの研究から得られた知見を実用構造物へ適用する一例として、熱間圧延ロールをとりあげ、有限要素法を駆使して、その熱亀裂の発生寿命および亀裂の伝播について考察を加えた。<sup>(13)(14)</sup>

## 2. 実験方法

実際に用いた材料は、0.16% C 炭素鋼および高炭素クロム鋼のロール材であって、それぞれの化学成分および種々の温度における機械的性質を表6・1および表6・2に示す。ここで、低炭素鋼は1インチの丸棒から所定の大きさに切出

表6・1 0.16% C 炭素鋼の化学成分および機械的性質

### (a) 化学成分

C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	Mo
0.16	0.23	0.48	0.017	0.026	0.07	0.01	0.02	0.01

### (b) 機械的性質

温 度 (°C)	上降伏点 ( $kg/mm^2$ )	下降伏点 ( $kg/mm^2$ )	0.2%耐力 ( $kg/mm^2$ )	引張強さ ( $kg/mm^2$ )	伸 び (%)	絞 り (%)
20	29.3	25.6	—	42.9	38	60
300	—	—	14.5	38.9	30	61
350	—	—	13.0	38.6	34	66
450	—	—	12.3	29.6	42	76
550	—	—	8.4	18.4	40	85

した後、次に述べる試験片形状に機械加工の後、 $600^{\circ}\text{C} \times 1/2\text{hr}$ の真空焼なましを行なった。一方、高炭素クロム鋼では、一度熱間圧延用ロールとして加工したものから試験片を製作し、その後、 $900^{\circ}\text{C} \times 1\text{hr}$ の真空焼なましを行なった

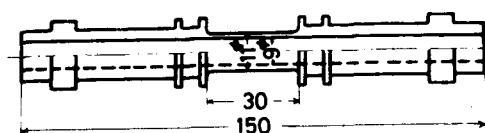
表 6・2 高炭素クロム鋼の化学成分および機械的性質

6) 化学成分

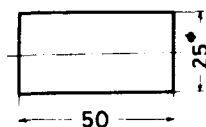
C	Si	Mn	P	S	Cu	Cr	Mo
1.52	0.47	0.87	0.013	0.014	0.08	1.09	0.53

7) 機械的性質

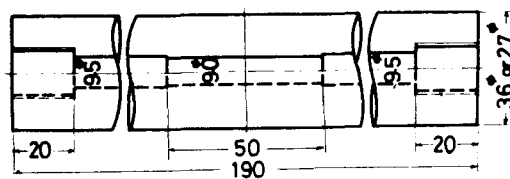
温度 (°C)	上降伏点 (kg/mm <sup>2</sup> )	下降伏点 (kg/mm <sup>2</sup> )	0.2%耐力 (kg/mm <sup>2</sup> )	引張強さ (kg/mm <sup>2</sup> )	伸び (%)	絞り (%)
20	47.9	47.4	—	77.6	2.8	0.0
450	—	—	45.0	71.6	4.3	7.1
550	—	—	40.1	54.6	9.2	18.6
650	—	—	23.3	34.3	19.5	38.9



(a) 単軸応力下の熱疲労試験片



(b) 0.16% C 炭素鋼の多軸熱応力下の熱疲労試験片



(c) 高炭素クロム鋼の多軸熱応力下の熱疲労試験片

図 6・1 試験片



ものである。

図6・1は本実験に用いた試験片の寸法形状を示すものである。図6・1 (a)は単軸応力下の熱疲労試験に用いたものであり、(b)は低炭素鋼用の試験片、(c)は高炭素クロム鋼用のものである。

図6・1 (a)の単軸応力下の熱疲労試験片は、図6・2に示すように400KCの

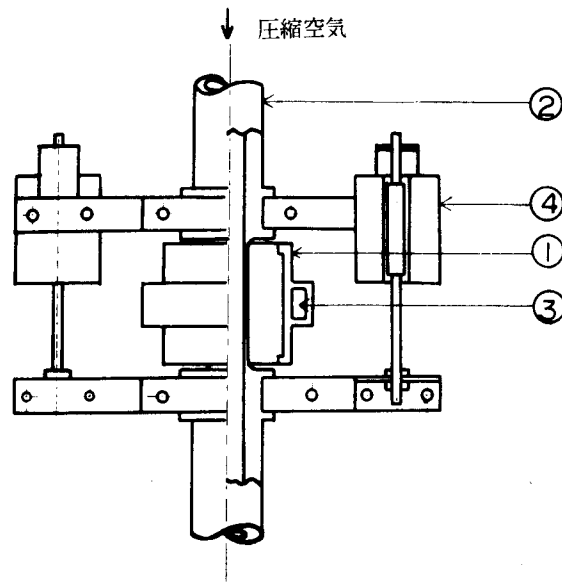


図6・2 単軸応力下の熱疲労試験装置の一部

高周波発生装置に接続したコイル①によって加熱される。③はコイル冷却用水を通ずるパイプである。また冷却は試験片②の中空部分に圧縮空気を通ずることによって行なう。試験機は第2章で述べたCoffin型のものであって、ひずみの検出は、図6・2に示すように、差動変圧器④によって行なった。本実験装置を用いて試験片を加熱するとき、試験片に生ずる温度分布を図6・3に示す。これからわかるように、第2章で述べた直接通電の場合に比して均一な温度分布の領域が極めて広い。したがって、ここではこの軸方向温度分布によるひずみ集中は無視できるものとして実験を行なった。

図6・4は図6・2(b)の円柱状試験片による実験装置の概要を示す。支持棒③で支えられた試験片②は高周波コイル①によって加熱される。冷却は、コンプレッサー④により圧縮空気を電磁弁⑤を介して噴霧管⑥および圧力タンク⑦に流入させ、噴霧管の下毛細管に圧力タンクの水を導き、ジェットポンプの原理で水と空気の噴霧流をつくりこれを試験片の片端面に吹つけることによって行なった。

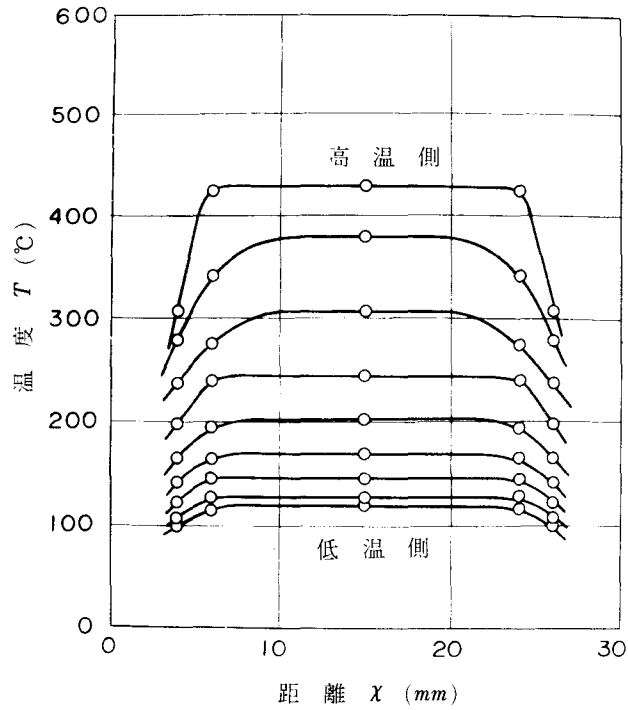


図 6・3 単軸応力下の熱疲労試験片  
における温度分布

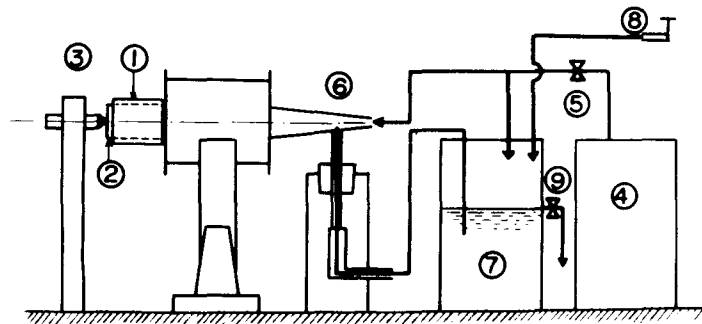


図 6・4 多軸熱応力下の熱疲労試験装置  
(試験片(b)の場合)

ここで、圧力タンク中の水は水道⑧から流入するが、電磁弁⑨の動作により一定の水位に保たれている。

一方、厚肉中空円筒試験片は、図 6・5 に示す装置によって加熱冷却を行なった。試験片②は支持台③に固定された高周波コイル①で加熱され、圧力タンク⑥の水を電磁弁⑦を介して中空部分に強制的に流入させることによって冷却するのである。

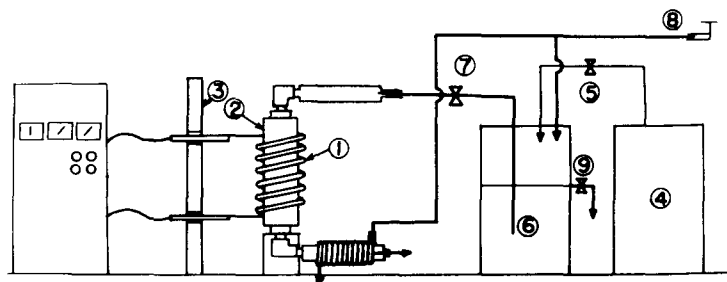


図 6・5 多軸熱応力下の熱疲労試験装置  
(試験片(c)の場合)

### 3. 熱亀裂の発生と伝播、

#### 3.1 低炭素鋼における結果

##### 3.1.1 応力およびひずみの解析

図 6・2(b)の円柱において、冷却をうける片端面および側面からそれぞれ  $h_1$ ,  $h_2$  の相当熱伝達係数の冷却があり、他の端面からは熱拡散はないものとする。次の式が成立つ。

熱伝導方程式：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right], \quad a = \frac{k}{\rho c} \quad (6.1)$$

初期条件：

$$[T]_{t=0} = f(r, z) \quad (6.2)$$

境界条件：

$$\left[ \frac{\partial T}{\partial z} + h_1 T \right]_{z=\ell} = 0 \quad (6.3)$$

$$\left[ \frac{\partial T}{\partial r} + h_2 T \right]_{r=r_0} = 0 \quad (6.4)$$

$$\left[ \frac{\partial T}{\partial z} \right]_{z=0} = 0 \quad (6.5)$$

式(6.1)を式(6.2)～式(6.5)の条件で解くと次の結果が得られる。

$$T(r, z, t) = \frac{2}{r_0^2 l} \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k_m^2 + h_1^2 l^2}{k_m^2 + h_1 l + h_1^2 l^2} \cdot \frac{\lambda_s^2}{[\lambda_s^2 + r_0^2 h_2^2] [J_0(\lambda_s)]^2} \\ \cdot \exp \left\{ -a \left( \frac{\lambda_s^2}{r_0^2} + \frac{k_m^2}{l^2} \right) \right\} J_0 \left( \frac{\lambda_s}{r_0} r \right) \cos \left( \frac{k_m}{l} z \right) \\ \cdot \int_0^{r_0} \int_{-l}^l f(\rho, \xi) J_0 \left( \frac{\lambda_s}{r_0} \rho \right) \cos \left( \frac{k_m}{l} \xi \right) \rho d\xi d\rho \quad (6.6)$$

ここに、 $k_m$  および  $\lambda_s$  は次式の根である。

$$\cos k_m = k_m / k_1 l \quad (6.7)$$

$$\lambda_s J_1(\lambda_s) - r_0 h_2 J_0(\lambda_s) = 0 \quad (6.8)$$

初期条件としては、実測の結果  $z$  のみの関数であってほぼ次の形を満足することがわかった。

$$f(r, z) = f(z) = A + B z^2 + C z^3 \quad (6.9)$$

ここに、 $A$ 、 $B$ 、 $C$  は定数である。

また、相当熱伝達係数  $h_1$  および  $h_2$  は第4章で述べたように、逆問題の手法によって決定した。このようにして、求められた温度分布の一例を図6.6に示す。

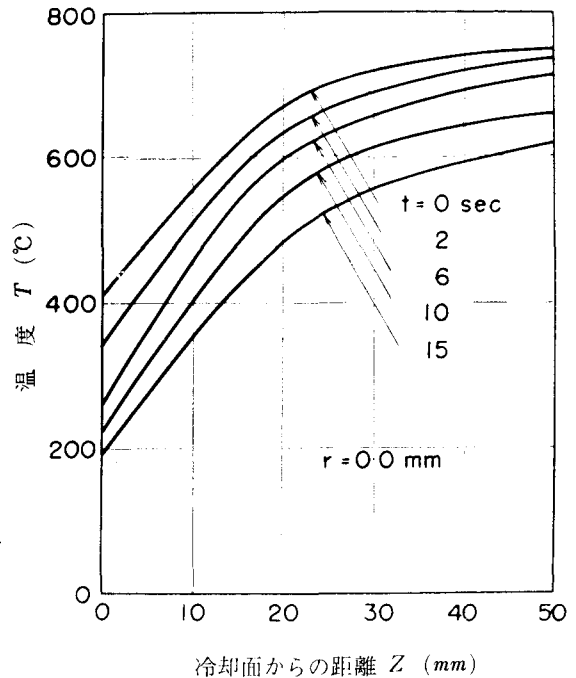


図6.6 試験片の温度分布

式(6・6)で与えられる温度分布は極めて複雑なものであって、この温度分布による熱応力を解析的に求めることは困難である。したがって、第4章第2節で述べた有限要素法によって熱応力熱ひずみを求めた。図6・7は要素の分割方法を示すものであって、応力こう配の著しい冷却面に近いところを細かく区分している。図6・7の区分によって求めた軸方向ひずみおよび接線方向ひずみの分布の一例を図6・8に示す。熱疲労による亀裂は冷却面に発生するので、熱ひずみ範囲としては、第5章第3節で述べたようにその部分の相当ひずみ範囲の最大値を用いることにする。

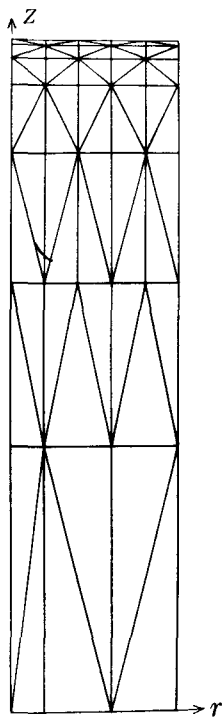
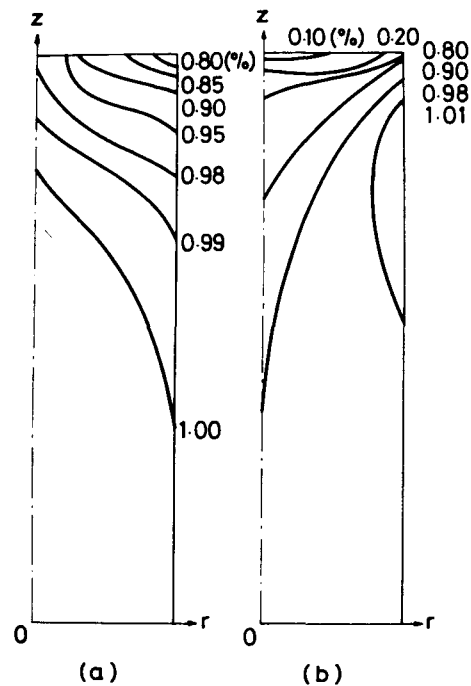


図6・7 有限要素法における要素の分割



(a) 接線方向ひずみ      (b) 軸方向ひずみ

図6・8 ひずみ分布の例

### 3.1.2 熱亀裂の発生

試験片に与えられる熱ひずみは前項のようになるが、このような熱ひずみが繰返し加えられると試験片には微細な熱亀裂が発生する。このような亀裂がはじめて見出される繰返し数を横軸にとり、縦軸に相当全ひずみ範囲をとって示したのが、図6・9の白丸点である。ここで、図6・8からも明らかなように、試験片の冷

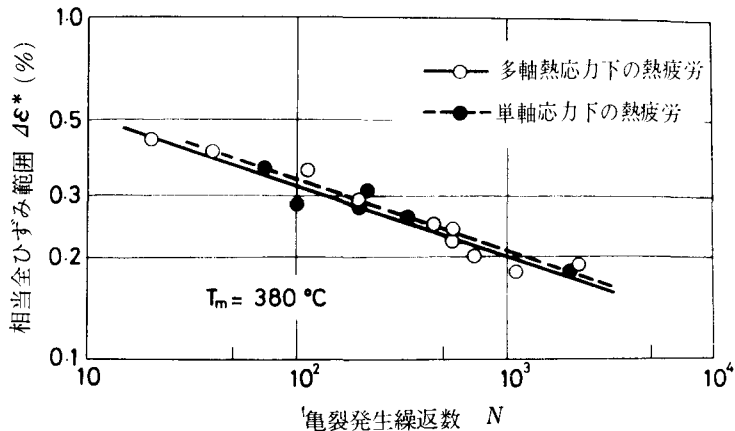


図6・9 亀裂発生繰返し数で整理した  
熱疲労試験結果  
(0.16% C炭素鋼)

却面は半径のちがいでひずみ範囲も異なり、したがって亀裂発生繰返し数も異なるので、図6・9の白丸点は、同じ試験片における別の場所の結果も含んでいる。また、図中の黒丸点は単軸応力下の熱疲労の結果である。実験は、いづれも平均温度 ( $T_m = (T_1 + T_2)/2$ ) を  $380^\circ\text{C}$  一定として、上下限温度を種々変えたものである。

第5章で述べたように、熱疲労試験結果を比較する場合、熱ひずみの拘束率を等しくおく必要があるが、多軸および単軸の熱疲労において、熱ひずみの拘束率 $\eta$ は図6・10に示すように、同じひずみ範囲に対して同じ値をもつことがわかる。したがって、図6・9の両実験結果は共通比較基準を有するということができる。

図6・9の白丸点および黒丸点がかかなり良く一致していることから、多軸熱応力下の熱疲労における亀裂発生は熱ひずみの拘束率を等しくする単軸応力下の熱

疲労試験結果から推定することが可能である。

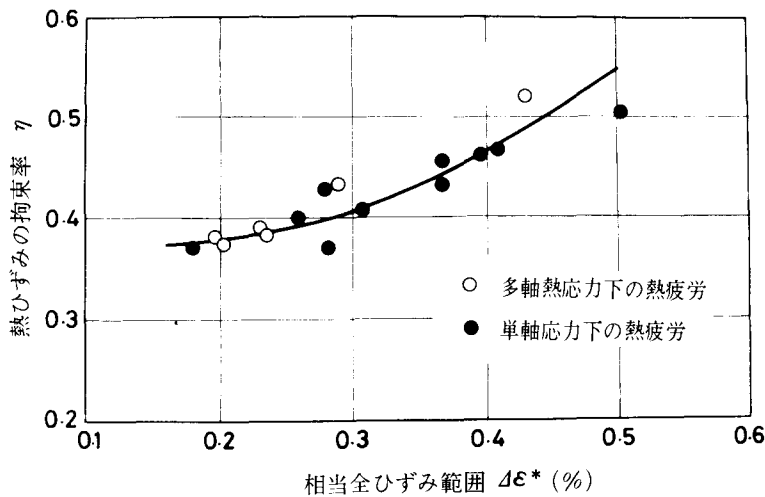


図 6・10 熱ひずみの拘束率 (0.16% C 炭素鋼)

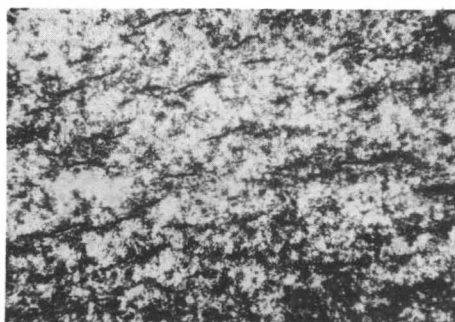
### 3.1.3 熱亀裂の伝播

試験片に熱ひずみが繰返し加えられると、高温における酸化・腐食にも若干助けられて熱亀裂が発生し伝播する。写真 6-1 および 6-2 はそれぞれ単軸および多軸熱応力下の熱疲労における表面の変化の様子を示したものである。単軸応力下の熱疲労においては、写真 6-1 にみられるように、接線方向に細い亀裂が発生し、それが次第に大きくなるとともにその数を増し、一部は軸方向にも連なることもある。酸化などに助けられて表面の薄い層には凹凸が多くなるがやがて写真 6・1 (c) のように巨視的な亀裂へと発展し破断にいたる。これに反して、多軸熱応力下の熱疲労においては、第 5 章で述べたように、最大主応力に垂直の方向に亀裂が生ずるが、繰返数が増すと共に亀甲状に連なる。この段階になると、亀裂はほとんど進展しなくなる。

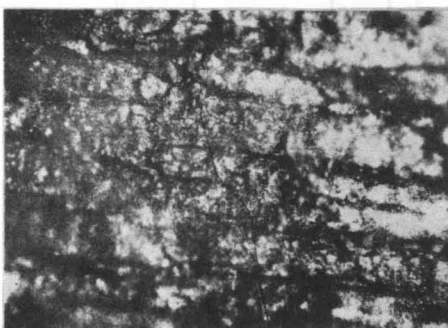
図 6・11 は単軸応力下の熱疲労における亀裂長さの変化の例である。これからもわかるように、亀裂は一度発生すると急速にその伝播速度を増し破断にいたることがわかる。これは、本実験で用いたようないわゆる Coffin 型の熱疲労試験機では、熱応力は外部的拘束によって発生するものであって、高温塑性疲労の



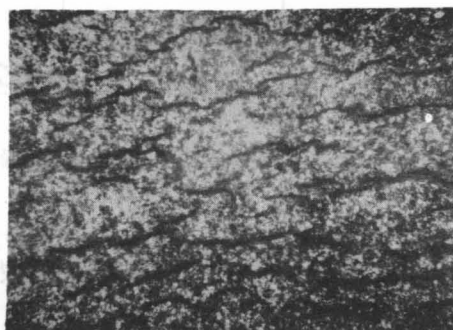
(a)  $n=150$



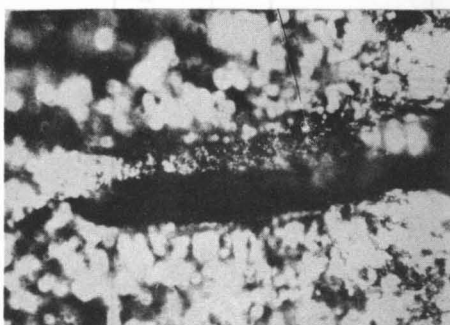
(a)  $n=200$



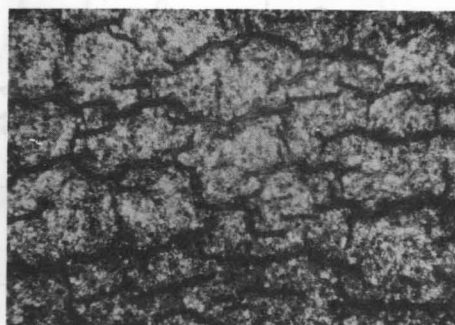
(b)  $n=300$



(b)  $n=400$



(c)  $n=398$



(c)  $n=1012$

←→ 接線方向

←→ 半径方向

写真 6・1 単軸応力下の熱疲労における亀裂  
 $\Delta \epsilon = 0.31\%$   
 (0.16% C 炭素鋼)  
 ( $\times 40$ )

写真 6・2 多軸熱応力下の熱疲労における亀裂  
 $\Delta \epsilon^* = 0.29\%$   
 (0.16% C 炭素鋼)  
 ( $\times 40$ )



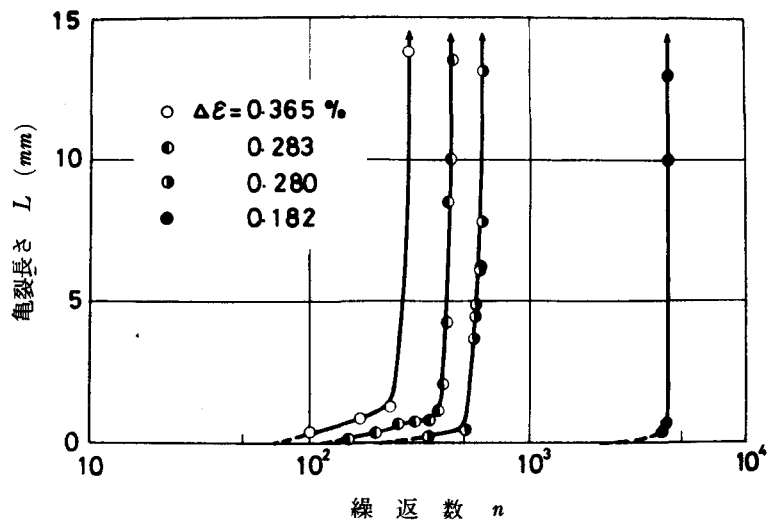


図6・11 単軸応力下の熱疲労における亀裂長さの変化  
(0.16% C炭素鋼)

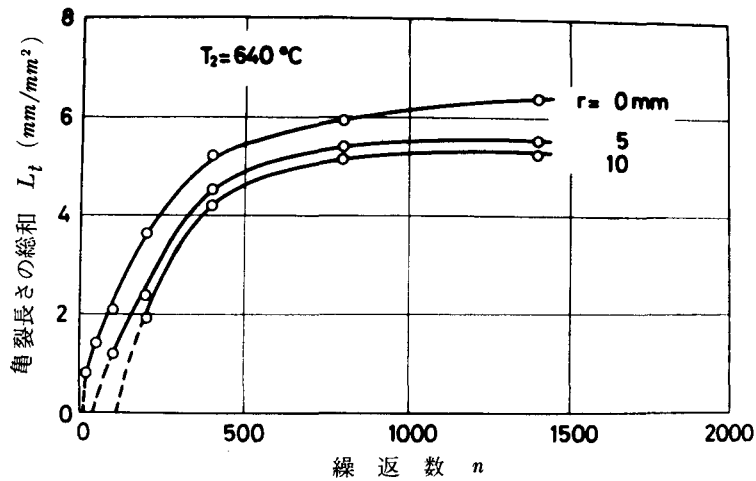


図6・12 多軸熱応力下の熱疲労における亀裂長さの  
総和の変化 (0.16% C炭素鋼)

場合などと同じく亀裂の先端が応力集中源となっているためと考えられる。これに反して、図6・12の多軸熱応力下の熱疲労の場合には、亀裂長さは繰返数と共にその増加速度を落し、一定の繰返しの後にはほとんど進展しなくなる。図6・12において縦軸に単位面積当りの亀裂長さの総和をとったのは、写真6・2にみられる

ように、亀裂が互いに連結してゆくためである。多軸熱応力下の熱疲労において、亀裂がある一定の大きさ以上に進展しなくなるのは、物体内部に発生する熱応力が亀裂自身によって解放される結果であると考えられるが、これについては後にくわしく考察する。

亀裂長さについてのみでなく、図 6.13 に示すように亀裂の巾，さらには亀裂の深さなどについても，単軸熱疲労の場合はその進展速度は繰返数とともに増すが，多軸熱疲労においては一定の値に落ち着く傾向がある。

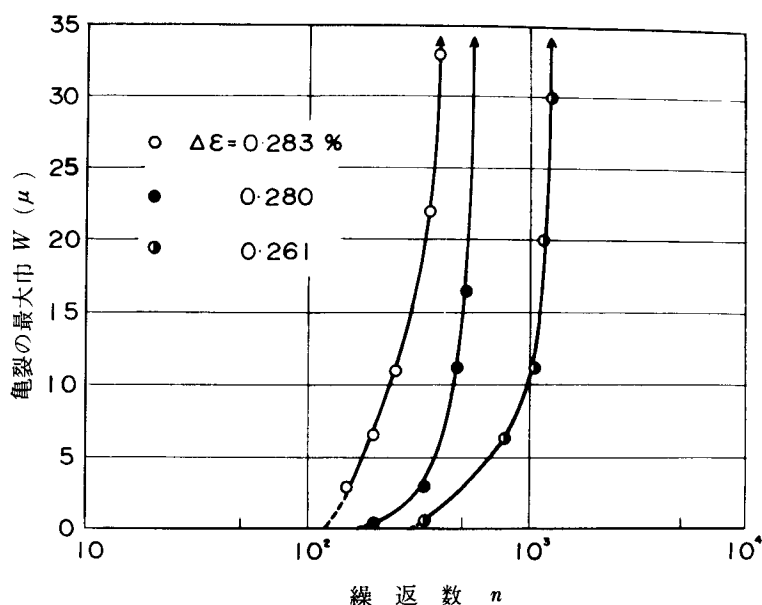


図 6.13 単軸応力下の熱疲労における亀裂巾の変化  
(0.16% C 炭素鋼)

図 6.14 および図 6.15 は，それぞれ多軸熱応力下の熱疲労における亀裂の長さおよび巾と試験片に加えられる相当全ひずみ範囲との関係を繰返数をパラメータにとって示したものである。これからわかるように，亀裂の大きさはひずみ範囲とほぼ直線的な関係にある。したがって，比較的簡単な多軸熱応力下の熱疲労試験を行なうことによって，ひずみの値が既知であれば亀裂の大きさがほぼ推定できることがわかる。

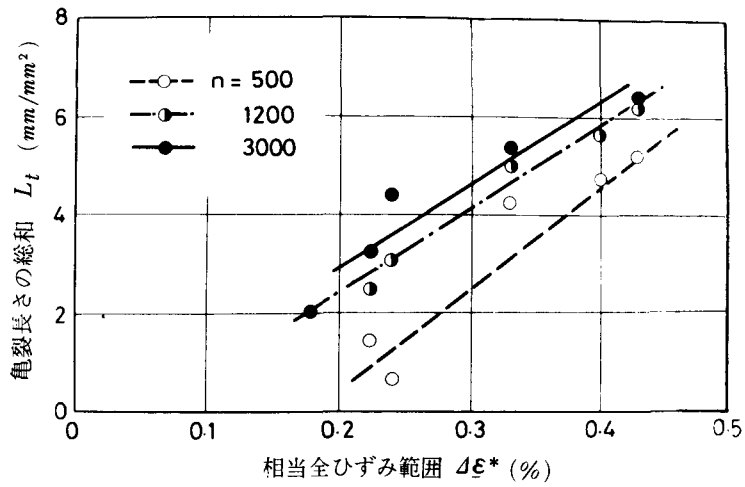


図 6・14 多軸熱応力下の熱疲労における  
亀裂長さの総和と相当全ひずみ  
範囲の関係 (0.16 % C 炭素鋼)

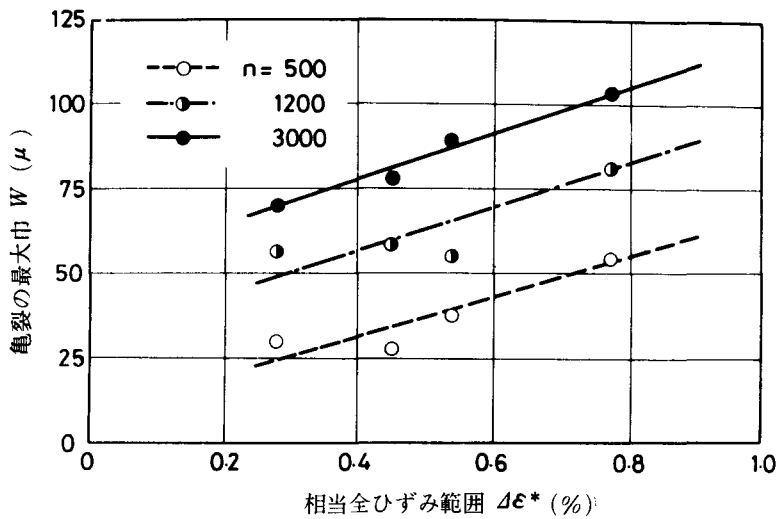


図 6・15 多軸熱応力下の熱疲労における  
亀裂最大巾と相当全ひずみ範囲  
の関係 (0.16% C 炭素鋼)

### 3.2 高炭素クロム鋼における結果

#### 3.2.1 応力およびひずみの解析

高炭素クロム鋼に対しては図6・1(c)に示すような厚肉中空円筒試験片を用いて多軸熱応力下の熱疲労試験を行なった。厚肉中空円筒における温度分布は第4章式(4・49)によるものであって、この温度分布にもとづく熱応力ひずみの解析には逐次近似法(第4章第2節参照)を用いた。

#### 3.2.2 熱亀裂の発生

図6・16は高炭素クロム鋼に対する亀裂発生繰返数で整理した実験結果であって、白丸点および黒丸点はそれぞれ多軸および単軸の熱疲労試験結果である。

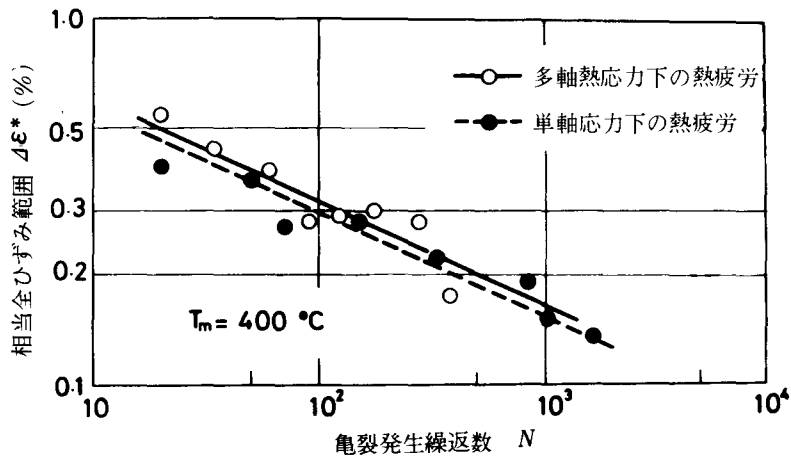


図6・16 亀裂発生繰返数で整理した熱疲労試験結果(高炭素クロム鋼)

ここに、単軸応力下の熱疲労においては平均温度は  $T_m = 400^\circ\text{C}$  一定とした。また、両試験における熱ひずみの拘束率については、図 6・17 に示すように、同じひずみ範囲に対しては同じ値を有している。したがって、図 6・16 の結果から明らかなように、低炭素鋼の場合と同様、多軸熱応力下の熱疲労における亀裂発生繰返数は、単軸応力下の熱疲労試験結果から推定することができる。

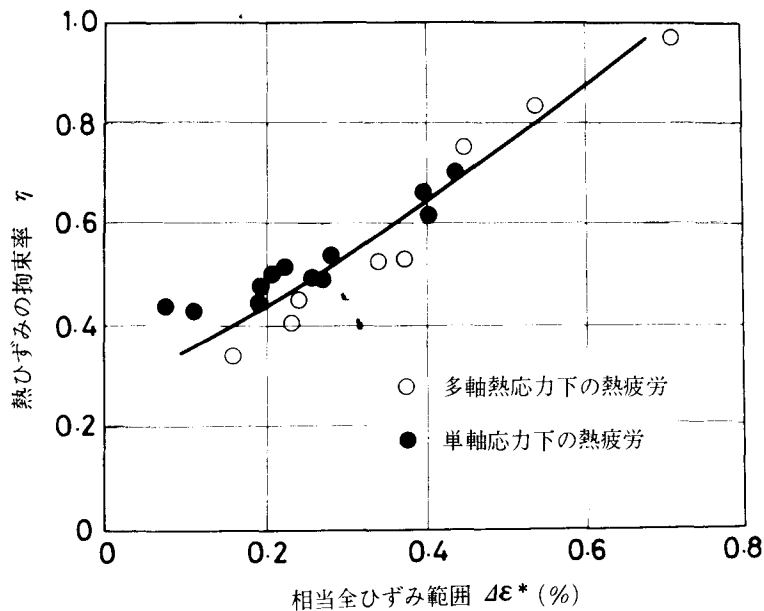
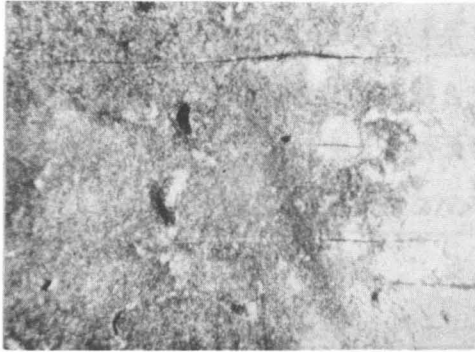


図 6・17 熱ひずみの拘束率（高炭素クロム鋼）

### 3.2.3 熱亀裂の伝播

単軸応力下の熱疲労における亀裂の伝播の過程を観察した結果の例は写真 6・3 に示すように、前述の低炭素鋼の場合と同様、接線方向に数多くの亀裂が生じ、その中の一つが巨視的なものに発達している。写真 6・4 は、多軸熱応力下の熱疲労において同じひずみ範囲を与えた数本の試験片を種々の繰返数で取り出し、二つ割にして内表面に生じた亀裂をみたものである。この場合には、低炭素鋼と異なり、大きな亀裂がかなり初期の段階から亀甲状に生じている。



(a)  $n=190$

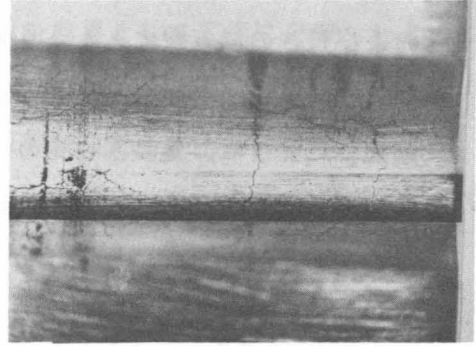


(b)  $n=270$

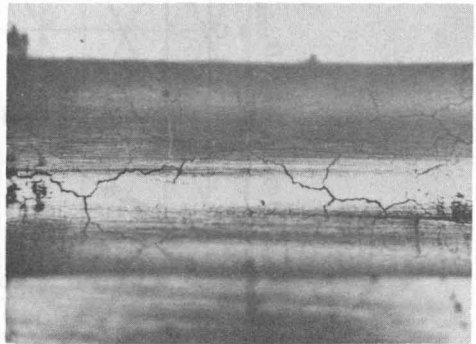


(c)  $n=390$

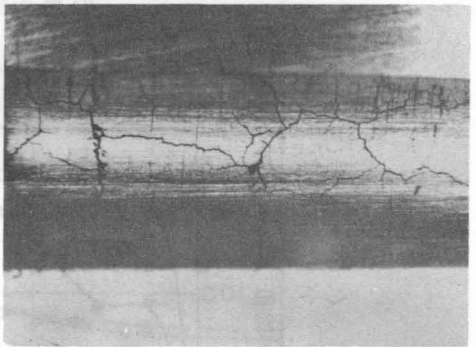
↔ 接線方向



(a)  $n=600$



(b)  $n=900$



(c)  $n=3000$

↔ 軸方向

写真 6・3 単軸応力下の熱疲労における亀裂  
 $\Delta \epsilon = 0.28\%$   
 (高炭素クロム鋼)  
 ( $\times 40$ )

写真 6・4 多軸熱応力下の熱疲労における亀裂  
 $\Delta \epsilon^* = 0.28\%$   
 (高炭素クロム鋼)  
 ( $\times 3$ )

図 6・18 および図 6・19 はそれぞれ多軸熱応力下の熱疲労における亀裂の深さおよび長さの繰返数にともなう変化を示したものである。これらの図から明らかなように亀裂は 2000 サイクルを過すとほとんど進展しなくなるようである。

前述したように、亀裂が一定の大きになるとそれ自身によって応力を解放し、亀裂進展を緩やかにすると考えられるが、ここでは、有限要素法によってその様

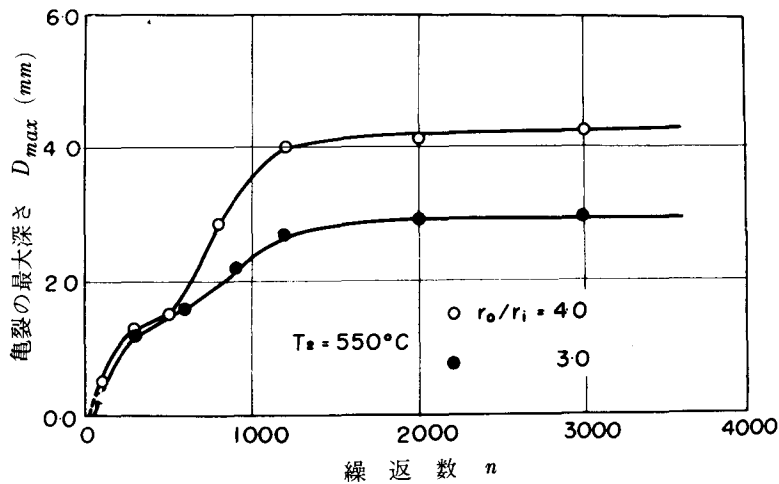


図 6・18 多軸熱応力下の熱疲労における亀裂の最大深さの変化 (高炭素クロム鋼)

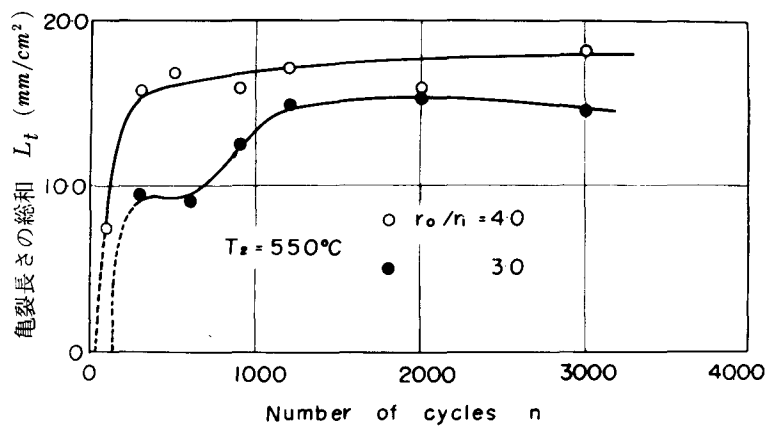


図 6・19 多軸熱応力下の熱疲労における亀裂長さの総和の変化 (高炭素クロム鋼)

子を考察することにした。図 6・20 は中空円筒に内面から深さ 5 mm, 巾 5  $\mu$  の亀裂がある場合, それから十分はなれたところを仮の境界として要素に分割したものである。いま, 亀裂が存在しないとき, 半径方向に急激な温度こう配があると, 図 6・21 の破線のような応力分布が生ずる。しかしながら, 上述のような亀裂が

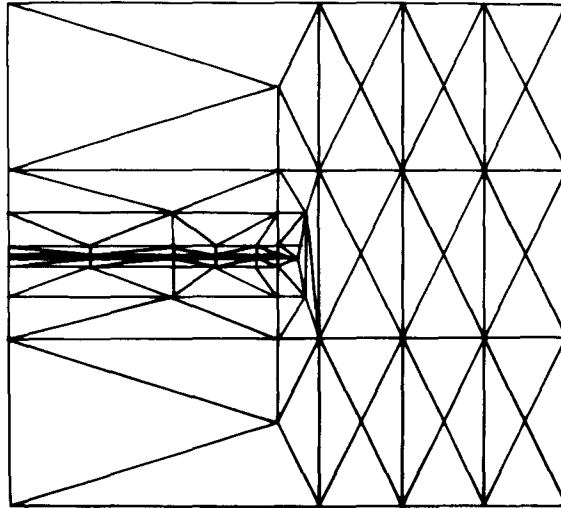


図 6・20 亀裂周辺の要素分割

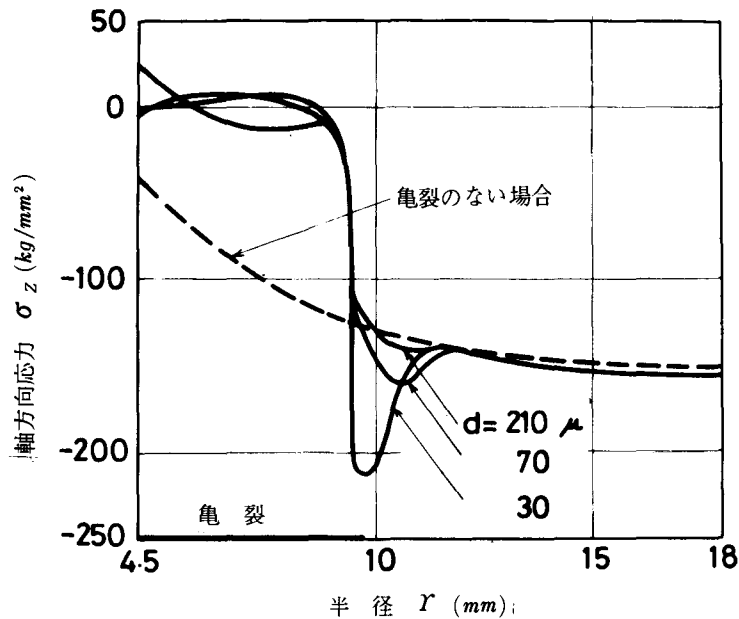


図 6・21 亀裂による応力の解放



存在すると、この応力分布は実線のようになり、亀裂の部分では軸方向応力はほとんど0に近くなることがわかる。ここに図中の $y$ は、亀裂からの距離である。亀裂先端で若干の応力集中がおこっているが、全体としては著しく応力が解放されている。このような傾向は、接線方向応力および半径方向応力についてもほぼ言うことができ、亀裂が附近の応力場の状態を変化させていることがわかる。

図6・22 および図6・23はそれぞれ亀裂の巾および深さと相当全ひずみの関係

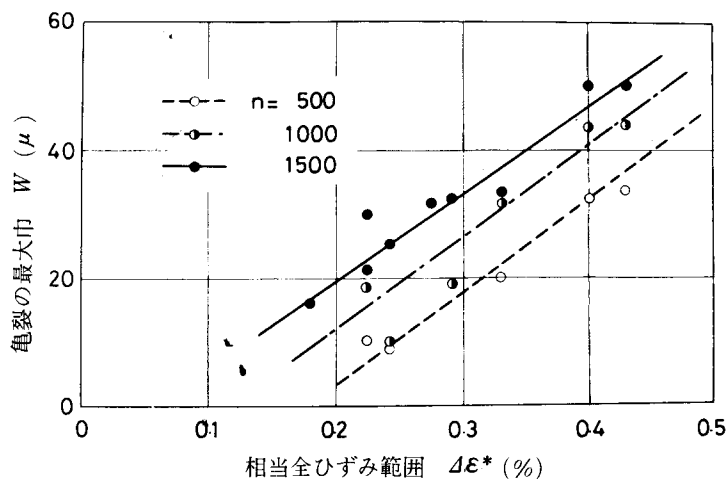


図6・22 多軸熱応力下の熱疲労における亀裂の巾と相当全ひずみ範囲の関係（高炭素クロム鋼）

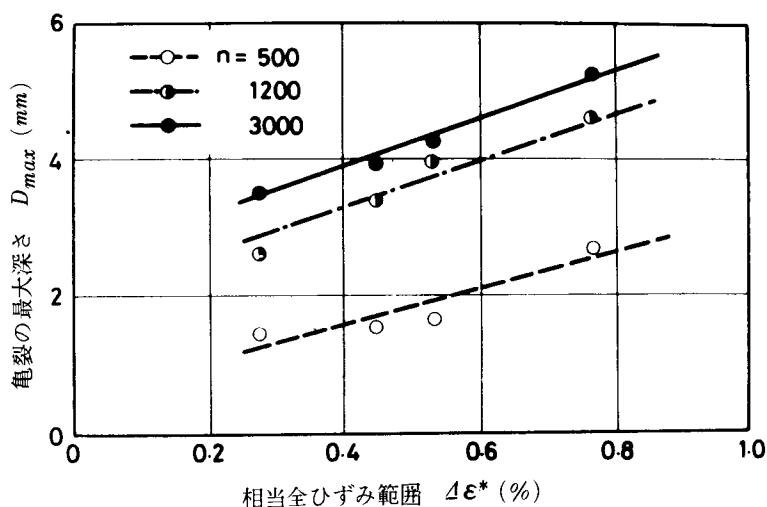


図6・23 多軸熱応力下の熱疲労における亀裂の最大深さと相当全ひずみ範囲の関係（高炭素クロム鋼）

を示したものであって、低炭素鋼の場合と同様これらの間には直線関係があることがわかる。

#### 4. 実用構造物への応用

前節まで得られた知見を実際に応用するために、ここでは、高炭素クロム鋼の熱間圧延ロールを例にとってこれを説明する。ロールはストリップによって加熱され、冷却水によって冷却される。したがって、1回転に1度の温度サイクルをうけることになり、この結果ロールの表面には写真6・5に示すような亀裂を生ずる。

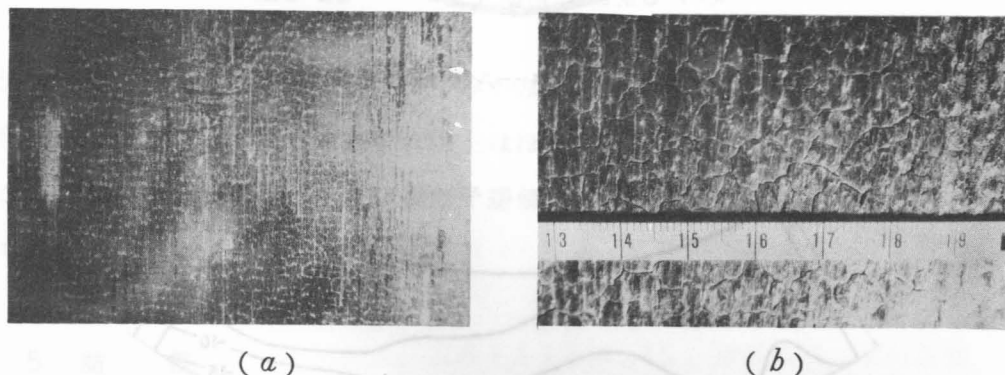


写真 6・5 ロール表面の熱亀裂

ストリップに接触する部分の温度を約  $700^{\circ}\text{C}$  として帯状の移動熱源の問題<sup>(15)</sup>として温度分布を求め、これを基にして有限要素法によって応力およびひずみの計算を行なった。図6・24は円形断面を有するロールを要素に分割したものである。図の下方はストリップと接触する部分であり温度こう配したがって応力こう配が急激であるので細かい分割を行なっている。第4章で述べた弾塑性論による有限要素法を用いて応力計算を行ない、その一部分をとり出した例を図6・25に示す。図から接線方向応力は表面が最も大きいことがわかる。このことは、他の応力成分したがってひずみについても言うことができる。

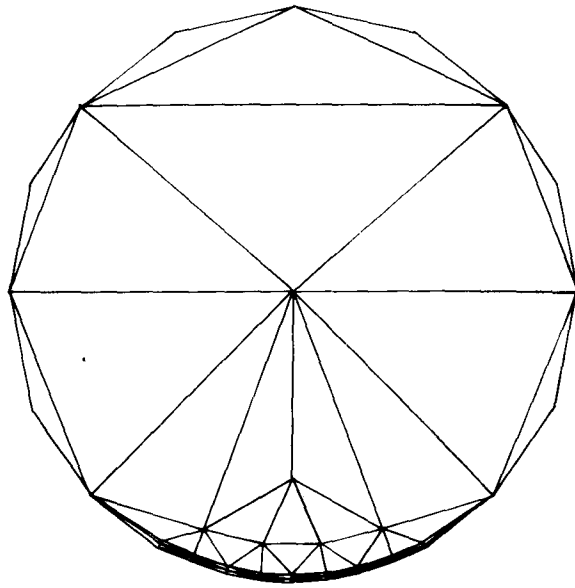


図6・24 ロール断面の要素分割

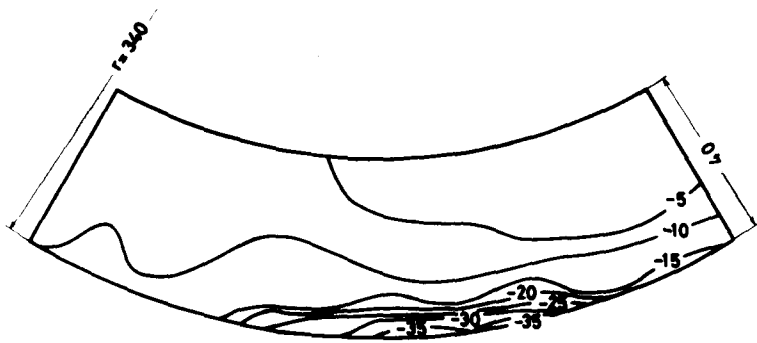


図6・25 ロールにおける接線方向応力

図6・26 は表面の円周上の相当ひずみの分布を求めた結果である。これからも明らかなように、ひずみはストリップに接触する部分が最も大きい。図から相当ひずみの最大値と最小値の差は0.32%であり、したがってこれだけのひずみが1回転毎に繰返されると考えてよい。また、ロール表面における熱ひずみの拘束率は52%であり、これは図6・17 から単軸および多軸熱応力下の熱疲労における値とほぼ同じであることがわかる。したがって、ロールにおける亀裂発生繰返数は図6・16 から約100~200サイクルであつと予想される。また、前述の亀裂

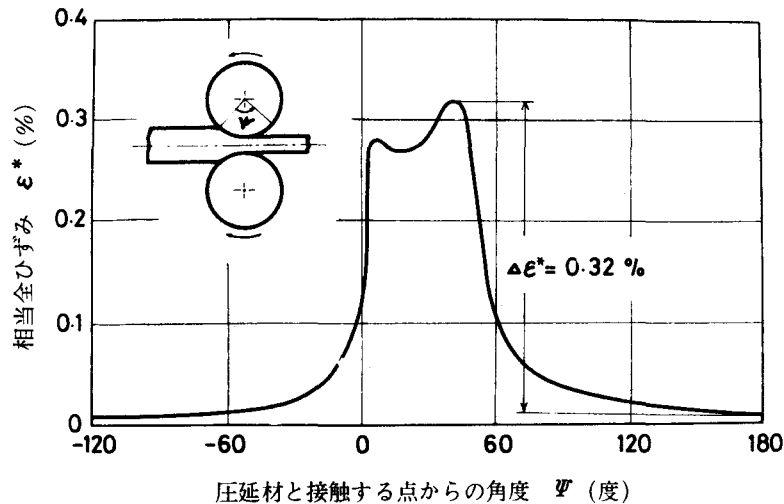


図6・26 ロール周辺の相当全ひずみ

伝播の実験結果からこのようなひずみが加えられると2000～3000 サイクル程度までは亀裂は伝播するがそれ以上はほとんど伝播しなくなることがわかる。このような亀裂の発生および伝播の予想値は、現場的な観察結果から裏付けされている。

## 5. 結 言

第5章で論じた多軸熱応力下の熱疲労における亀裂発生までの寿命と他の高温強度の相関性をさらに複雑な条件ならびに他の材料について確認した後、特に本章では、熱亀裂の伝播に対する多軸熱応力下の熱疲労と単軸熱応力下の熱疲労の相違を明らかにした。また、この結果にもとづいて、実用構造物の例として熱間圧延ロールの熱疲労強度に対する考察を行なった。

得られた結論は次のとおりである。

(1) 熱亀裂の発生を基準とした多軸熱応力下の熱疲労強度は、相当全ひずみ範囲を用いると熱ひずみの拘束率を等しくする単軸応力下の熱疲労試験結果から推定できるという第5章の結論の普偏性を確認した。

(2) 熱亀裂の伝播に関する観察結果から、単軸応力下の熱疲労の場合は、一度亀裂が生ずると、亀裂先端の応力集中によって急速に亀裂は伝播し破断に至るが、

物体内部の温度こう配による多軸熱応力下の熱疲労の場合は，むしろ亀裂によって応力が緩和され亀裂伝播速度は繰返数と共に小さくなり，熱亀裂は一定の大きさに落ち着くことがわかった。

(3) 多軸熱応力下の熱疲労における亀裂の長さ，深さ，巾などは繰返数をパラメータにとると，与えられる熱ひずみの大きさと直線関係を有する。

(4) 実用構造物の例としてとりあげた熱間圧延ロールにおいて，亀裂発生繰返数に対しては単軸応力下の熱疲労試験結果から，また，熱亀裂の伝播については多軸熱応力下の熱疲労の簡単な実験から得られた結果によって，その熱亀裂の挙動をほぼ推定することができる。

#### 参 考 文 献

1. 平修二，井上達雄，材料 18-186 (昭44) 208
2. 平修二，大南正瑛，井上達雄，金属材料 8-1 (昭43) 43
3. 渡辺十郎，柴崎鶴雄，材料 12-114 (昭38) 173
4. 下田秀夫，渡辺十郎，鉄と鋼 43-9 (昭29) 996
5. 藤原達雄，電気製鋼 27 (昭31) 182
6. 藤原達雄，金属学会誌 20 (昭31) 247
7. L.Northcott and H.G.Baron, JISI 184 (1956) 385
8. W.Rädecker, Stahl u. Eisen 75-19 (1955) 1252
9. H.G. Baron and S.S.Bloomfield, JISI 197 (1961) 223
10. F.Borenrath and R.Sontag, Kobalt 14 (1962) 3
11. 上田太郎，田中政夫，菅野寛，材料 16-162 (昭42) 180
12. 上田太郎，田中政夫，菅野寛，材料 15-156 (昭41) 589
13. 平修二，井上達雄，高尾武，植田秀夫，材料学会第18期通常総会学術講演会前刷 (昭44) 19
14. S.Taira and T.Inoue, Proc. Int. Conf. Thermal Stresses and Thermal Fatigue (1969) に掲載予定
15. 佐藤次彦，機械学会論文集 23-132 (昭32) 603

## 第 7 章 結 論

熱疲労が問題となる実用構造物において、その応力状態は極めて複雑であって、単に一軸の熱応力が繰返されるのみではなく、機械的応力が熱応力に重畳したり、多軸応力状態にあることが多い。本研究は、このように複雑な応力状態にある機械構造物の熱疲労強度を実験室的に得られる簡単な実験結果、すなわち、単軸応力下の熱疲労、高温塑性疲労およびクリープなどから推定するための方法を提案し、これを実驗的に検証した。まず、第 1 章では、実用構造物において問題となる熱疲労が各種の高温強度と密接な関係を有していることを述べ、それらの高温強度相互の相関性について、分類整理を行なった。

このような前提にたつて、第 2 章では、単軸応力下の熱疲労と他の高温強度の相関性を検討した。すなわち、熱疲労と一般に云われている現象はそれ自身独立なものではなく、熱応力と機械的応力の組合せの割合によって、熱疲労と高温塑性疲労の境界領域が存在し、実際の熱疲労は多かれ少なかれその領域に存在するものであることを明らかにした。このような考え方にたつて、まず、変動温度下の熱疲労と一定温度下の塑性疲労を関連づけるために、相当定常温度の概念を採用した。この考え方をを用いると単軸応力下の熱疲労強度は相当定常温度下の塑性疲労試験結果から推定することができることがわかった。ただし、温度サイクルで高温側の引張が加えられるような場合には、上限温度における塑性疲労強度とほぼ一致する。

さらに、両振機械的応力の他に機械的平均応力が重畳する場合の熱疲労を、加えられる応力の基準で系統的に把握し、この場合の強度を完全拘束下の熱疲労、高温塑性疲労およびクリープと関連づけた。その結果、相当定常温度、疲労損傷およびクリープの消耗率の考え方をを用いると、破断寿命は、熱疲労、高温塑性疲労およびクリープの実験によって推定できることが明らかになった。変形については、これらの考え方の他に、1 サイクル中の温度および応力の履歴を考慮するとほぼ満足できる結果が得られる。

第 1 章および第 2 章で明らかにしたとおり、熱疲労は一種の塑性疲労であるといえることができる。したがって、変動温度下の熱疲労における材料の破損のクラ

リテリアを正確に把握するためには、一定温度下の塑性疲労に対して十分な考察を行なうことは、熱疲労の機構を考える上に有益である。したがって第3章では、多軸熱応力下の熱疲労の基礎的知見を得るため、引張圧縮と繰返し振りが組合せて加えられる多軸応力下の塑性疲労に対する実験的研究を通じて、単軸応力下の塑性疲労との相関性を検討した。すなわち、高温における多軸応力下の塑性疲労強度は、加えられる二種のひずみの間の位相差の有無にかかわらず、Mises-Mises型の相当全ひずみ範囲を用いると単軸応力下の塑性疲労強度から推定できる。しかしながら、室温においては、Tresca-Tresca型の方がより良好な結果を与えるといえることができる。

また、塑性疲労の進行にともなう損傷および亀裂の発生伝播を観察し、すべりに対する理論的検討を加えた結果、多結晶材料においてすべり帯は巨視的な最大せん断応力方向に生じ、これが微視的亀裂の核となる場合や、粒界の不連続から粒界に生ずるものもあることがわかった。また巨視的亀裂の進展する方向は、高温では最大主応力に垂直の場合がほとんどであるが、室温においては、最大せん断応力方向であることも明らかになった。

実用構造物の熱疲労強度を知るためには、まず、その部材に働く熱応力・熱ひずみを求める必要がある。第4章では、弾塑性領域における熱応力の解析方法を三種とりあげ、これらの方法で厚肉中空円筒の半径方向の温度こう配にもとづく熱応力の解析を行なった。すなわち、S. S. Mansonらによって提唱された逐次近似法は温度こう配が一方向のみであるような場合には比較的簡単に熱応力が求められる。また、有限要素法は大容量の電子計算機を用いれば極めて複雑な温度分布に対しても計算が可能であるといえることができる。さらに、第3の方法として用いた随伴弾性問題の手法による粘弾性解は、すでに解かれた弾性解を容易に流用できるという点で便利である。このような種の方法によって解析的に求めた厚肉中空円筒の残留応力は、Sachs法およびX線法などによって求めた実験結果と極めて良好な一致を示し、したがって、いずれの方法も金属材料の弾塑性領域の熱応力を知る上に有益であることがわかった。

第5章および第6章では、第4章の方法によって熱応力・熱ひずみを知ることができた場合、その物体の多軸熱応力下の熱疲労強度を推定するための方法を確

立することを目的とした。熱疲労寿命を考える場合、熱亀裂の発生と伝播はそれぞれ重要な問題であるが、第5章では熱亀裂の発生に対する寿命を、また、第6章では主としてその伝播をとりあつかった。

すなわち、第5章では、多軸熱応力下の熱疲労における熱亀裂発生までの寿命と単軸応力下の熱疲労ないしは高温塑性疲労との相関性に対する検討を加えた。これらの強度を比較するにあたっては、一定の比較基準が必要であり、この基準としては、亀裂発生繰返数、熱ひずみの拘束率および相当定常温度に対する十分の考慮が必要であるとした。このような考えにたつて実験を行なった結果次のような結論を得た。多軸熱応力下の熱疲労強度は、相当全ひずみ範囲を用いると、熱ひずみの拘束率を等しくする単軸応力下の熱疲労ないしは相当定常温度下の塑性疲労試験結果から推定することができる。また、物体に発生する熱亀裂の方向は最大主応力方向に垂直であり、この結果は第3章の高温における多軸応力下の塑性疲労の場合と一致することも明らかになった。

つづいて第6章では、第5章の結論をさらに複雑な条件に対して確認した後、多軸熱応力下の熱疲労と単軸応力下の熱疲労における熱亀裂の伝播に対する検討を行なった。熱亀裂の観察によって、単軸応力下の熱疲労においては、一度亀裂が生ずると亀裂先端の応力集中によって亀裂は急速に成長して破断に至るが、物体内の温度こう配にもとづく多軸熱応力下の熱疲労においては、生じた亀裂はそれ自身によって附近の応力を解放し、亀裂は一定の大きさ以上に成長しなくなるという相違がある。また、多軸熱応力下の熱疲労におけるこのような熱亀裂と、物体に加えられるひずみの関係を整理した結果、熱亀裂の長さ、巾、深さなどは与えられる相当全ひずみ範囲と直線関係を有することがわかった。

最後に、熱間圧延ロールを実用構造物の例としてとりあげ、有限要素法によって熱ひずみを求め、以上の実験結果を用いて熱亀裂の発生と伝播に対する検討を行ない、ロールの寿命を推定することを試みて満足できる結果が得られた。

以上、実用構造物の熱疲労強度を簡単な実験によって推定するための力学的方法を提案し、実験的にこれを検証して一定の成果を得たと考えられる。しかしながら、実際の熱疲労においては、特に化学プラントなどにみられるように、酸化とか材質の変化がかなり大きな影響をもつため、特に亀裂の伝播などに関してはこの方面のさらに詳細な検討が必要である。



## 謝 辞

本研究を行なうにあたって、終始御懇篤な御指導を賜った京都大学工学部平修二教授ならびに立命館大学理工学部大南正英教授に心から御礼申し上げます。また、有益な御助言をいただいた京都大学工学部田中吉之助教授、それに本論文を完成するため御力添えをいただいた京都大学工学部山田敏郎教授に感謝の意を表します。

さらに、本研究遂行に協力を惜しまれなかった安江彰治、庵文隆、高橋光夫、高尾武、吉田紀元、植田秀夫、豊田裕至、加藤忠司、小崎紀大、田熊国清、岡本吉克、式田昌弘の諸氏をはじめ京都大学工学部機械工学教室平研究室の皆様感謝いたします。

なお、本研究における数値計算には、京都大学電子計算機センターのKDC-I、KDC-II、および京都大学大型電子計算機センターのFACOM-230-60などの電子計算機を使用したことを付記する次第である。